

# **PENGEMBANGAN MODEL OPTIMASI DISTRIBUSI LIMBAH DENGAN *LINEAR PROGRAMMING*: CONTOH KASUS *STATELINE SHIPPING & TRANSPORT COMPANY***

E. C. Angelica, M. A. N. Widiyanto, S. Khodijah, A. N. Sonia, B. N. Napitupulu,  
M. L. H. Putera, \*H. Mayyani, T. Bakhtiar

Sekolah Sains Data, Matematika, dan Informatika,  
Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor.  
[ellyciacathleen@apps.ipb.ac.id](mailto:ellyciacathleen@apps.ipb.ac.id), [aliefnur.widiyanto@apps.ipb.ac.id](mailto:aliefnur.widiyanto@apps.ipb.ac.id), [shofikhodijah@apps.ipb.ac.id](mailto:shofikhodijah@apps.ipb.ac.id),  
[alinkasonia@apps.ipb.ac.id](mailto:alinkasonia@apps.ipb.ac.id), [berthanapitupulu@apps.ipb.ac.id](mailto:berthanapitupulu@apps.ipb.ac.id), [luthfihanafi@apps.ipb.ac.id](mailto:luthfihanafi@apps.ipb.ac.id),  
[mayyani\\_mat15@apps.ipb.ac.id](mailto:mayyani_mat15@apps.ipb.ac.id) \*corresponding author, [tbakhtiar@apps.ipb.ac.id](mailto:tbakhtiar@apps.ipb.ac.id)

## **Abstrak**

Pengelolaan distribusi limbah industri memerlukan sistem transportasi yang efisien, karena perbedaan jarak, kapasitas pembuangan, dan biaya di setiap lokasi yang meningkatkan biaya operasional secara signifikan. Oleh sebab itu, diperlukan pendekatan optimasi untuk menentukan pola pengiriman yang paling ekonomis. Penelitian ini mengembangkan model optimasi distribusi limbah berbasis *Linear Programming* pada contoh kasus *Stateline Shipping & Transport Company* dengan mempertimbangkan berbagai struktur jaringan distribusi. Kebaruan penelitian ini terletak pada pemodelan pembatasan proporsi aliran transit sebagai representasi kebijakan operasional dan risiko lingkungan, serta analisis dampak penambahan *node* transit baru terhadap struktur aliran dan biaya distribusi dalam suatu kerangka optimasi. Empat skenario dianalisis, yaitu pengiriman langsung, *transhipment*, pembatasan *volume* transit, dan penambahan *node* transit. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mekanisme *transhipment* mampu menurunkan biaya distribusi dibandingkan pengiriman langsung, sementara pembatasan proporsi transit tetap mempertahankan solusi optimal pada batas tertentu. Penambahan *node* transit menghasilkan penurunan biaya paling signifikan dengan membuka jalur alternatif berbiaya lebih rendah tanpa melanggar kendala operasional. Penelitian ini menunjukkan bahwa pengaturan struktur jaringan dan kebijakan transit berperan penting dalam optimasi distribusi limbah.

**Kata kunci:** distribusi limbah, *linear programming*, optimasi jaringan, *transhipment*, transit

## **1 Pendahuluan**

Optimasi distribusi limbah berbahaya seperti limbah kimia merupakan sebuah tantangan yang menuntut pelaku industri untuk mempertimbangkan biaya dan mitigasi risiko operasional. Tumpahan dan kebocoran material kimia selama proses distribusi dapat menimbulkan dampak ekologis dan kesehatan yang signifikan baik terhadap lingkungan maupun kesehatan manusia [5]. Selain risiko teknis, ada beberapa kota dan komunitas di wilayah tempat pabrik berada melarang pengiriman bahan berbahaya

melewati batas wilayah mereka. Akibatnya, pengiriman harus menempuh rute yang berputar dan tidak langsung di banyak kasus. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan pemodelan matematis yang mampu mengakomodasi kompleksitas biaya, kapasitas, dan pembatasan rute dalam sistem distribusi limbah.

Pengembangan model transportasi sederhana menjadi model *transhipment* merupakan salah satu strategi yang dapat dilakukan dalam optimasi distribusi. Model *transhipment* merupakan suatu masalah transportasi di mana sebagian atau seluruh barang yang diangkut dari sumber, tidak langsung dikirim ke tempat tujuan tetapi melalui titik transit. Model *transhipment* digunakan untuk menentukan jumlah barang yang harus dikirim ke lokasi tujuan, baik secara langsung maupun melalui beberapa titik transit dengan biaya serendah mungkin dan waktu pengiriman secepat mungkin [10]. Selanjutnya, model *transhipment* diselesaikan dengan metode *Linear Programming* [1]. *Linear Programming* (LP) merupakan suatu cara penyelesaian masalah optimasi dengan memodelkan masalah ke dalam bentuk fungsi tujuan linear dan kendala linear [6].

Beberapa penelitian sebelumnya telah membahas optimasi distribusi menggunakan model transportasi dan *transhipment* berbasis *Linear Programming*. Penelitian oleh Basriati [1] serta Batubara & Widyasari [2] mengkaji efisiensi biaya distribusi melalui skema *transhipment*, namun keduanya belum mempertimbangkan kebijakan pembatasan *volume* transit sebagai representasi risiko operasional. Karimi [4] melakukan penelitian dengan mengembangkan desain jaringan dengan penambahan *node* transit baru sambil mempertimbangkan kemacetan, tetapi pembatasannya hanya melalui kapasitas, bukan proporsi aliran transit. Zhang *et al.* [9] menunjukkan bahwa penambahan *node* transit baru dapat meningkatkan efisiensi biaya operasional, meski berpotensi menambah frekuensi pergerakan limbah di sekitar titik tersebut. Penelitian terdahulu belum secara eksplisit menganalisis pembatasan proporsi aliran limbah pada titik transit sebagai representasi risiko operasional dan kebijakan lingkungan, serta dampak penambahan *node* transit baru terhadap struktur aliran dan biaya distribusi. Dengan demikian, adanya celah penelitian dalam menganalisis secara terpadu pengaruh pembatasan proporsi transit dan penambahan *node* transit terhadap struktur aliran dan biaya distribusi limbah.

Pada penelitian ini, model optimasi distribusi limbah dikembangkan menggunakan pendekatan *Linear Programming*. Fokus penelitian ini mencakup analisis struktur jaringan *transhipment* dan pembatasan aliran transit sebagai representasi kebijakan operasional. Model yang dikembangkan membandingkan pengiriman langsung dan *transhipment*, serta mengevaluasi pengaruh pembatasan aliran limbah dan penambahan *node* transit terhadap efisiensi biaya dan pola distribusi. Permasalahan dipecahkan dengan dukungan perangkat lunak Pyomo untuk menentukan skenario distribusi yang paling efisien tanpa melanggar batas operasional dan regulasi lingkungan.

## 2 Deskripsi Masalah

Sistem distribusi yang dikaji merupakan sistem pengangkutan limbah industri berbahaya dari enam fasilitas produksi bahan kimia menuju tiga lokasi pembuangan limbah pada contoh kasus *Stateline Shipping & Transport Company*. Limbah yang diangkut memiliki potensi risiko terhadap keselamatan manusia dan lingkungan, sehingga proses distribusinya harus mematuhi berbagai regulasi pemerintah daerah dan ketentuan komunitas setempat. Regulasi tersebut membatasi akses kendaraan pengangkut bahan berbahaya pada wilayah tertentu, sehingga rute pengiriman harus dirancang melalui jalur

alternatif dengan kecepatan terbatas dan jarak tempuh yang lebih panjang. Kondisi ini berdampak langsung pada peningkatan biaya transportasi.

Tiga lokasi pembuangan limbah memiliki kapasitas penerimaan maksimum yang terbatas, yaitu Whitewater sebesar 65 barel per minggu, Los Canos sebesar 80 barel per minggu, dan Duras sebesar 105 barel per minggu. Jadi total kapasitas penerimaan maksimum dari ketiga lokasi pembuangan adalah 250 barel per minggu. Biaya pengiriman limbah per barel dari setiap fasilitas produksi ke masing-masing lokasi pembuangan dinyatakan dalam bentuk matriks biaya transportasi seperti berikut:

Tabel 1 Biaya dan jumlah per barel dari *plant* ke *disposal site* (\$).

<b>Asal \ Tujuan</b>	<b>Whitewater</b>	<b>Los Canos</b>	<b>Duras</b>	<b>Produksi Limbah Mingguan (barel)</b>
Kingsport	12	15	17	35
Danville	14	9	10	26
Macon	13	20	11	42
Selma	17	16	19	53
Columbus	7	14	12	29
Allentown	22	16	18	38

Berdasarkan Tabel 1 total produksi limbah mingguan sebesar 223 dalam satuan barel. Selain pengiriman langsung dari fasilitas produksi ke lokasi pembuangan, sistem distribusi ini memungkinkan penggunaan fasilitas produksi maupun lokasi pembuangan sebagai titik perantara (*transhipment*). Dalam skema ini, limbah dapat dipindahkan sementara ke titik perantara sebelum diangkut kembali menuju lokasi pembuangan akhir. Proses bongkar-muat pada titik perantara tidak menimbulkan biaya tambahan, sehingga komponen biaya yang relevan dalam permasalahan ini hanya berupa biaya transportasi antar titik. Perkiraaan biaya pengiriman per barel antara keenam pabrik dan ketiga lokasi pembuangan, seperti yang ditunjukkan berikut:

Tabel 2 Biaya transit per barel dari *plant* ke *plant* (\$).

<b>Asal \ Tujuan</b>	<b>Kingsport</b>	<b>Danville</b>	<b>Macon</b>	<b>Selma</b>	<b>Columbus</b>	<b>Allentown</b>
Kingsport	-	6	4	9	7	8
Danville	6	-	11	10	12	7
Macon	5	11	-	3	7	15
Selma	9	10	3	-	3	16
Columbus	7	12	7	3	-	14
Allentown	8	7	15	16	14	-

Tabel 3 Biaya transit per barel dari *disposal site* ke *disposal site* (\$).

<b>Asal \ Tujuan</b>	<b>Whitewater</b>	<b>Los Canos</b>	<b>Duras</b>
Whitewater	-	12	10
Los Canos	12	-	15
Duras	10	15	-

Berdasarkan data produksi, kapasitas lokasi pembuangan, dan biaya transportasi, permasalahan optimasi yang dikaji adalah menentukan pola pengiriman limbah yang memenuhi seluruh kendala kapasitas dan regulasi dengan total biaya transportasi minimum. Secara khusus, diperlukan analisis untuk mengevaluasi efisiensi pengiriman langsung dibandingkan dengan skema pengiriman yang memanfaatkan titik perantara, baik berupa fasilitas produksi maupun lokasi pembuangan, dalam kerangka model *transhipment*.

### 3 Formulasi Matematika

Formulasi masalah penentuan rute transportasi limbah dalam paper ini dimodifikasi dari [8]. Didefinisikan indeks, himpunan, paramater, dan variabel keputusan sebagai berikut.

#### Himpunan

- $P$**  : himpunan *plant* penghasil limbah,  
 $P = \{\text{Kingsport, Danville, Macon, Selma, Columbus, Allentown}\}$
- $D$**  : himpunan *disposal site*,  $D = \{\text{Whitewater, Los Canos, Duras}\}$
- $T$**  : himpunan *node* transit tambahan,  $T = \{\text{Riverside}\}$  (skenario 4)
- $N$**  : seluruh *node* dalam jaringan,  $N = P \cup D \cup T$
- $A$**  : himpunan perpindahan yang diizinkan

#### Indeks

- $i$**  : indeks *node* asal
- $j$**  : indeks *node* tujuan
- $k$**  : indeks *disposal site*

#### Parameter

- $s_i$**  : jumlah limbah mingguan yang dihasilkan *plant i*
- $u_k$**  : kapasitas maksimum *disposal site*,  $k \in D$
- $c_{ij}$**  : biaya transportasi per barel dari *node i* ke *node j*
- $S$**  : total limbah keseluruhan,  $S = \sum_{i \in P} s_i$
- $\alpha$**  : batas proporsi maksimum transit (skenario 3)

Penelitian ini mempertimbangkan empat skenario distribusi limbah yang berbeda untuk mengevaluasi pengaruh struktur jaringan terhadap biaya transportasi. Skenario pertama merupakan pengiriman langsung tanpa transit, skenario kedua mengizinkan *transhipment*, skenario ketiga menambahkan batas maksimum *volume* transit, dan skenario keempat mempertimbangkan penambahan *node* transit baru. Masing-masing skenario diformulasikan dan dianalisis secara terpisah.

#### 3.1 Skenario 1 - Pengiriman Tanpa Transit

Skenario dengan aturan pengiriman hanya boleh dilakukan langsung dari *plant* ke lokasi pembuangan. Dengan pembatasan tersebut, pola pengiriman sepenuhnya

ditentukan oleh kombinasi biaya transportasi dan kapasitas masing-masing lokasi pembuangan.

### Aturan Perpindahan

$$i \in P \rightarrow j \in D \quad (1)$$

### Variabel Keputusan

$x_{ij} \geq 0$  : jumlah aliran limbah dari *node i* ke *node j*

### Fungsi Objektif

Minimalkan total biaya transportasi:

$$\min Z = \sum_{i \in P} \sum_{j \in D} c_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

### Kendala

a) *Supply plant*, seluruh limbah dari setiap *plant* harus dikirim.

$$\sum_{j \in D} x_{ij} = s_i \quad \forall i \in P \quad (3)$$

b) Kapasitas maksimum *disposal*.

$$\sum_{i \in P} x_{ij} \leq u_j \quad \forall j \in D \quad (4)$$

c) Variabel keputusan taknegatif.

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (5)$$

### 3.2 Skenario 2 - Pengiriman Transit (*Transhipment*)

Skenario dengan limbah diperbolehkan berpindah melalui titik lain sebelum mencapai lokasi pembuangan akhir. Semua perpindahan antar titik yang memiliki data biaya dapat digunakan sebagai bagian dari rute pengiriman.

### Aturan Perpindahan

$$\begin{aligned} i \in P &\rightarrow j \in P \\ i \in P &\rightarrow j \in D \\ i \in D &\rightarrow j \in D \end{aligned} \quad (6)$$

### Variabel Keputusan

- $x_{ij} \geq 0$  : jumlah aliran limbah dari *node i* ke *node j*  
 $d_k \geq 0$  : jumlah limbah yang benar-benar dibuang pada *disposal site k*

### Fungsi Objektif

Minimalkan total biaya transportasi:

$$\min Z = \sum_{i,j \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (7)$$

### Kendala

- a) Keseimbangan aliran di *plant* di mana pada setiap *plant i*, total aliran keluar dan aliran masuk harus sama dengan jumlah limbah yang *plant* ituhasilkan.

$$\sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{j:(j,i) \in A} x_{ji} = s_i \quad \forall i \in P \quad (8)$$

- b) Keseimbangan aliran di *disposal site* di mana pada setiap *disposal site k*, selisih antara total aliran masuk dan total aliran keluar harus sama dengan jumlah limbah yang benar-benar dibuang di *site* tersebut  $d_k$ .

$$\sum_{i:(i,k) \in A} x_{ik} - \sum_{j:(k,j) \in A} x_{kj} = d_k \quad \forall k \in D \quad (9)$$

- c) Semua limbah harus dibuang di suatu *disposal*, dengan total limbah dari semua *plant* sama dengan total limbah yang dibuang di semua *site*.

$$\sum_{k \in D} d_k = \sum_{i \in P} s_i = 223 \quad (10)$$

- d) Kendala kapasitas *disposal site*, dengan satu *site* boleh kosong atau tidak dipakai penuh asalkan tidak melebihi kapasitas.

$$0 \leq d_k \leq u_k \quad \forall k \in D \quad (11)$$

- e) Variabel keputusan taknegatif.

$$x_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j \in A \text{ dan } d_k \geq 0, \quad \forall k \in D \quad (12)$$

### 3.3 Skenario 3 - *Transhipment* dengan Batas Transit

Skenario dengan perusahaan menetapkan batas maksimum terhadap total *volume* limbah yang diperbolehkan melalui titik perantara. Pembatasan ini diterapkan untuk merepresentasikan risiko operasional yang mengharuskan transit limbah tidak melebihi proporsi tertentu dari total *supply*.

### Aturan Perpindahan

$$\begin{aligned}
 i \in P &\rightarrow j \in P \\
 i \in P &\rightarrow j \in D \\
 i \in D &\rightarrow j \in D
 \end{aligned} \tag{13}$$

Formulasi skenario 3 mempertahankan seluruh struktur model *transhipment* pada skenario 2. Seluruh variabel keputusan, fungsi objektif, serta kendala dasar seperti keseimbangan aliran, kapasitas *disposal*, serta ketaknegatifan tetap dipertahankan. Perbedaannya hanya pada penambahan kendala aturan transit modifikasi yaitu, total *volume* yang berjalan di rute transit tidak boleh lebih dari 40% dari total limbah (misalkan  $\alpha = 0.4$ ).

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} \leq \alpha \sum_{i \in P} s_i \tag{14}$$

### 3.4 Skenario 4 - Penambahan *Node* Transit Riverside

Skenario ini diasumsikan perusahaan menambah sebuah *node* transit baru Riverside. *Node* ini tidak berfungsi sebagai *disposal site* sehingga tidak memiliki kapasitas pembuangan, tetapi digunakan sebagai pusat transit strategis untuk mengarahkan aliran limbah ke *disposal site* yang biaya pengirimannya lebih rendah. Penetapan Riverside sebagai *node* transit dilakukan dengan beberapa asumsi operasional:

1. Tidak terdapat biaya tambahan terkait aktivitas transit [7], sehingga biaya transportasi tetap dihitung berdasarkan rute *plant* menuju Riverside serta Riverside menuju *disposal site*.
2. Riverside dianggap memiliki lokasi yang relatif lebih dekat dengan Kingsport, Danville, dan Allentown, sehingga berpotensi menjadi pilihan sebagai titik penghubung bagi ketiga *plant* tersebut.
3. Kapasitas *disposal site* asli, jumlah limbah dari setiap *plant*, serta struktur batasan aliran tetap dipertahankan [2] seperti pada skenario sebelumnya.
4. Rute Columbus menuju Whitewater sebagai rute dengan biaya terendah, tetap dipertahankan agar keberadaan Riverside tidak mengabaikan hubungan optimal yang sudah terbentuk pada sistem dasar.

Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut, diperlukan informasi mengenai biaya transportasi dari setiap *plant* menuju Riverside serta Riverside menuju *disposal site*. Estimasi biaya digunakan sebagai parameter tambahan untuk menentukan apakah jalur transit melalui Riverside memberikan keuntungan dibandingkan rute lainnya. Rincian biaya ditunjukkan pada tabel berikut:

Tabel 4 Biaya transit limbah per barel dari Riverside ke *plant* dan sebaliknya (\$).

Tujuan Asal \	Kingsport	Danville	Macon	Selma	Columbus	Allentown	Total
Riverside	9	8	12	15	9	11	54

Tabel 5 Biaya transit limbah per barel dari Riverside ke *disposal site* dan sebaliknya (\$).

<b>Tujuan</b> <b>Asal</b>	<b>Whitewater</b>	<b>Los Canos</b>	<b>Duras</b>	<b>Total</b>
Riverside	8	9	11	28

### Aturan Perpindahan

$$\begin{aligned}
 i \in P &\rightarrow j \in P \\
 i \in P &\rightarrow j \in D \\
 i \in D &\rightarrow j \in D \\
 i \in P &\rightarrow j = \text{Riverside} \\
 i = \text{Riverside} &\rightarrow j \in D
 \end{aligned} \tag{15}$$

Pada skenario 4, struktur model matematika identik dengan skenario 2 (*transhipment*). Perbedaan utama pada skenario ini terletak pada penambahan *node* transit Riverside, sehingga diperlukan kendala tambahan yang menyatakan bahwa aliran yang masuk ke Riverside harus keluar kembali.

$$\sum_{j:(Riv,j) \in A} x_{Riv,j} = \sum_{i:(i,Riv) \in A} x_{i,Riv} \tag{16}$$

### 3.5 Implementasi Model

Model *Linear Programming* pada penelitian ini diimplementasikan menggunakan perangkat lunak Pyomo, yaitu pustaka pemodelan optimasi berbasis Python yang berfungsi sebagai *modelling language* untuk menerjemahkan formulasi matematis ke dalam bentuk komputasional [3]. Pyomo berperan dalam mendefinisikan himpunan, parameter, variabel keputusan, fungsi objektif, serta seluruh kendala linear yang merepresentasikan sistem distribusi limbah. Penyelesaian model dilakukan menggunakan Pyomo untuk memperoleh solusi optimal global yang meminimumkan biaya distribusi dengan tetap memenuhi kendala keseimbangan aliran, kapasitas *disposal site*, serta batasan transit yang ditetapkan pada setiap skenario. Dikarenakan model yang digunakan bersifat linear dan variabel keputusan bersifat kontinu, solusi yang diperoleh bersifat deterministik dan optimal. Pendekatan ini sejalan dengan berbagai penelitian optimasi distribusi di Indonesia yang menunjukkan bahwa penggunaan perangkat lunak optimasi mampu meningkatkan efisiensi biaya serta akurasi solusi [6].

## 4 Hasil Pembahasan

Penelitian ini mengkaji pengaruh pola distribusi dan kebijakan transit terhadap biaya distribusi limbah melalui evaluasi dari beberapa skenario distribusi. Empat skenario yang dipertimbangkan, yaitu pengiriman langsung tanpa transit, distribusi dengan mekanisme *transhipment*, *transhipment* dengan pembatasan proporsi transit, serta penambahan *node* transit baru. Hasil dan pembahasan untuk masing-masing skenario disajikan secara terpisah pada bagian berikut.

#### 4.1 Skenario 1 - Pengiriman Tanpa Transit

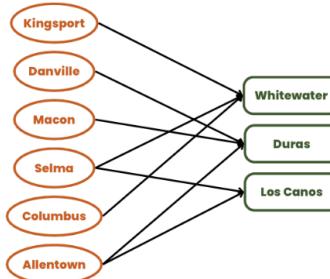
Pada skenario dasar, setiap *plant* hanya diperbolehkan mengirim limbah langsung ke *disposal site* tanpa perpindahan antar *node*. Pola distribusi ini tergolong sistem operasional yang sederhana, namun pilihan rute sangat terbatas karena setiap unit limbah harus segera dialirkan menuju lokasi pembuangan akhir. Distribusi limbah dari setiap *plant* menuju *disposal site* pada skenario tanpa transit disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6 Distribusi limbah ke *disposal site* tanpa transit.

Asal \ Tujuan	Duras	Los Canos	Whitewater	Aliran (barel)
Allentown	10	28	-	38
Columbus	-	-	29	29
Danville	26	-	-	26
Kingsport	-	-	35	35
Macon	42	-	-	42
Selma	-	52	1	53
<b>Total</b>	<b>78</b>	<b>80</b>	<b>65</b>	<b>223</b>

Model Tanpa Transit  
(Pure Transportation)

Skenario (1)



Gambar 1 Ilustrasi hasil distribusi limbah Skenario 1.

Berdasarkan Tabel 6, terlihat bahwa setiap *plant* memiliki rute optimal yang berbeda karena faktor utama berupa kapasitas *disposal site* serta biaya pengiriman. Seluruh limbah dari Kingsport serta Columbus dialokasikan ke Whitewater, yang mengindikasikan bahwa rute tersebut memiliki biaya rendah serta kapasitas yang memadai untuk menampung aliran tersebut. Sementara itu, sumber limbah terbesar yaitu Macon serta Danville, sepenuhnya dialokasikan ke Duras. Diketahui bahwa, Duras menjadi *disposal site* dengan beban aliran tertinggi dalam skenario ini sebagai akibat dari kombinasi biaya pengiriman terendah dan kapasitas maksimum yang masih tersedia.

Berbeda dengan *plant* lainnya, Selma memiliki pola aliran campuran. Los Canos merupakan *disposal* utama bagi Selma, namun keterbatasan kapasitas menyebabkan sebagian kecil aliran dialihkan ke Whitewater agar kapasitas Los Canos tidak terlampaui. Sementara itu, Allentown juga tidak terikat pada satu *disposal site* karena dialokasikan menuju Los Canos dan Duras. Secara keseluruhan, pola alokasi limbah pada skenario ini menghasilkan total biaya transportasi sebesar 2822 dolar.

#### 4.2 Skenario 2 - Pengiriman Transit (*Transhipment*)

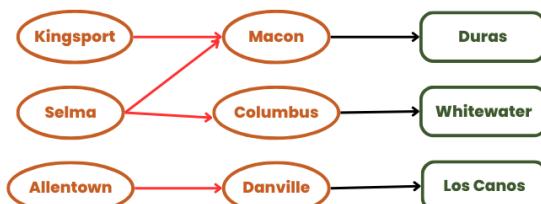
Pada skenario kedua, penambahan mekanisme *transhipment* memberikan fleksibilitas aliran dan memungkinkan pemilihan rute dengan biaya maupun jarak paling efisien. Hasil skenario ini menunjukkan bahwa rute optimal tidak selalu langsung menuju *disposal site*, melainkan dapat memanfaatkan *node* lain sebagai titik perantara. Distribusi limbah dari setiap plant menuju *disposal site* pada skenario *transhipment* disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7 Distribusi limbah ke *disposal site* dengan transit.

Asal \ Tujuan	Tujuan	Aliran (barel)	Informasi
Kingsport	Macon	35	Transit
	Macon	17	
	Columbus	36	
Allentown	Danville	38	Non-Transit
	Los Canos	64	
	Duras	94	
Columbus	Whitewater	65	

#### Model Transit (Transshipment)

Skenario (2) → Transit → Langsung



Gambar 2 Ilustrasi hasil distribusi limbah skenario 2.

Pada Gambar 2, aliran distribusi limbah tidak lagi bergerak langsung menuju *disposal site*. Hasil menunjukkan bahwa sebagian aliran dialihkan terlebih dahulu ke *plant* lain sebelum diteruskan ke lokasi pembuangan. Pola ini menunjukkan pemanfaatan *node* sebagai titik perantara untuk memperoleh rute dengan biaya transportasi yang lebih rendah. Rute transit pada Gambar 2 terlihat pada aliran Kingsport menuju Macon, Allentown menuju Danville, serta Selma memiliki pola aliran menuju dua *node* transit yaitu Macon dan Columbus. Ketiga *node* transit tersebut berfungsi sebagai titik konsolidasi aliran, yaitu *node* tempat aliran limbah dikumpulkan sebelum diteruskan ke *disposal site*, karena memiliki biaya pengiriman lanjutan yang relatif rendah. Setelah terkumpul, limbah diteruskan ke lokasi pembuangan terdekat dan paling ekonomis dari *node* tersebut.

Berdasarkan Tabel 7, aliran ke Los Canos turun menjadi 64 barel, lebih rendah dari skenario lain yang mencapai batas 80 barel. Sementara itu, Duras menunjukkan pola kebalikan dari Los Canos. Duras mencapai 94 barel, lebih tinggi dari skenario lain yang

memiliki jumlah 78 barel. Hal ini mengindikasikan bahwa mekanisme *transhipment* memberikan alternatif distribusi yang lebih murah karena memungkinkan aliran limbah dialihkan ke *node* dengan biaya marginal lebih rendah tanpa melanggar kendala keseimbangan aliran dan kapasitas *disposal site*, sehingga beban yang sebelumnya ditangani Los Canos dialihkan ke Duras. Secara keseluruhan, total biaya yang diperoleh pada skenario ini sebesar 2630 dolar, jumlah ini lebih rendah dibanding skenario pertama dengan selisih sekitar 192 dolar.

### 4.3 Skenario 3 - *Transhipment* dengan Batas Transit

Pada skenario ketiga, limbah tetap diperbolehkan melewati *plant* atau *node* lain sebelum mencapai *disposal site*, namun ditambahkan batas maksimum transit terhadap total *volume* limbah yang boleh melalui rute transit. Pembatasan ini diterapkan untuk menekan risiko kontaminasi dan potensi kebocoran akibat frekuensi perpindahan limbah yang terlalu tinggi. Dengan demikian, mekanisme *transhipment* tidak hanya mengejar biaya minimum, tetapi juga mengurangi jumlah titik bongkar-muat sepanjang perjalanan. Analisis nilai  $\alpha$  (batas proporsi maksimum transit) menunjukkan bagaimana perubahan batas transit memengaruhi biaya dan pola aliran. Hasil analisis tersebut disajikan pada Tabel 8.

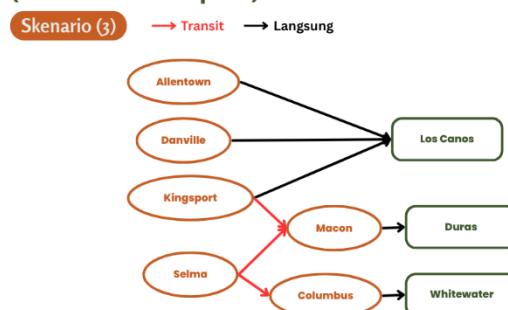
Tabel 8 Hasil analisis pengaruh perubahan batas transit terhadap solusi optimal.

Nilai $\alpha$	Aliran (Barel)	Biaya optimal (\$)
20%	190	2674
30%	290	2635
40%	295	2630
50%	333	2630
90%	333	2630

Hasil pada Tabel 8 menunjukkan bahwa perubahan batas proporsi transit ( $\alpha$ ) memengaruhi total perpindahan limbah dalam jaringan serta biaya optimal. Pada  $\alpha = 20\%$  dan  $30\%$ , batas transit cukup ketat sehingga pemanfaatan *node* transit terbatas dan biaya transportasi relatif lebih tinggi. Ketika  $\alpha$  dinaikkan menjadi  $40\%$ , sistem memperoleh ruang yang cukup untuk menggunakan konfigurasi rute terbaik. Pada titik ini, biaya transportasi turun ke nilai minimum dan struktur rute yang efisien mulai tercapai. Peningkatan nilai  $\alpha$  hingga  $90\%$  tidak lagi menurunkan biaya, yang mengindikasikan bahwa solusi optimal telah tercapai pada  $\alpha = 40\%$ . Perubahan nilai  $\alpha$  di atas ambang tersebut hanya memengaruhi pola aliran tanpa membuka rute yang lebih murah. Berdasarkan hasil tersebut, distribusi limbah ke *disposal site* pada skenario dengan batas transit  $\alpha = 40\%$  disajikan pada Tabel 9.

Tabel 9 Distribusi limbah ke *disposal site* dengan batas transit 40%.

Asal \ Tujuan	Tujuan	Aliran (barel)	Informasi
Kingsport	Macon	19	Transit
	Macon	17	
	Columbus	36	
Kingsport	Los Canos	16	Non-Transit
	Danville	26	
	Allentown	38	
	Macon	78	
	Whitewater	65	

Model Modifikasi  
(Batas Transit 40%)

Gambar 3 Ilustrasi hasil distribusi limbah dengan penambahan Skenario 3.

Pada Tabel 9, penambahan batas transit menunjukkan perubahan struktur aliran di mana pola transit menjadi lebih selektif. Danville tidak lagi berfungsi sebagai titik transit dan mengirim langsung ke Los Canos. Kingsport juga tidak lagi seluruhnya melalui Macon, karena sebagian aliran langsung menuju Los Canos. Begitu juga dengan Allentown langsung menuju ke *disposal site* tanpa harus transit melalui Danville. Sementara itu, beberapa rantai transit dari Kingsport serta Selma menuju Macon dan Selma menuju Columbus tetap dipertahankan. Hal ini mengakibatkan total *volume* transit turun drastis di bawah batas maksimal menjadi 72 barel atau sekitar 32,3% dari total limbah. Perubahan rute transit juga mempertahankan kestabilan distribusi akhir menuju *disposal site*. Hal ini menunjukkan, pembatasan transit tidak menyebabkan kelebihan beban di *disposal site* manapun, karena kendala kapasitas tetap menjadi batas aktif yang mengarahkan aliran limbah ke beberapa lokasi pembuangan secara seimbang. Secara keseluruhan, total biaya yang diperoleh pada skenario ini memiliki jumlah yang sama dengan skenario dasar transit sebesar 2630 dolar.

#### 4.4 Skenario 4 - Penambahan *Node* Transit Riverside

Pada skenario keempat, perusahaan menambahkan satu *node* transit baru bernama Riverside yang berfungsi sebagai titik konsolidasi tambahan dalam jaringan distribusi limbah. Hasil optimasi menunjukkan bahwa Riverside dimanfaatkan secara selektif, terutama oleh *plant* yang memiliki biaya pengiriman relatif tinggi. *Node* ini menjadi pusat transit yang efisien bagi *plant* yang letaknya jauh dari *disposal site*, sementara *plant*

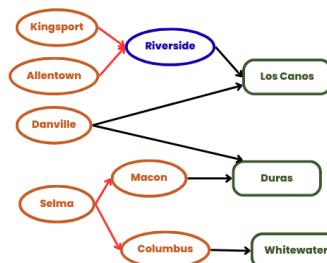
dengan rute murah alami tetap menggunakan jalur langsung. Distribusi limbah ke *disposal site* pada skenario penambahan *node* transit Riverside disajikan pada Tabel 10.

Tabel 10 Distribusi limbah ke *disposal site* dengan Riverside.

Asal \ Tujuan	Tujuan	Aliran (barel)	Informasi
Kingsport	Riverside	35	Transit
		38	
	Columbus	36	
	Macon	17	
Columbus	Whitewater	65	Non-Transit
	Los Canos	73	
	Danville	7	
	Macon	59	
	Danville	19	

### Model Modifikasi (Penambahan Dummy Transit)

Skenario (4) → Transit → Langsung



Gambar 4 Ilustrasi hasil distribusi limbah Skenario 4.

Aliran optimal pada Tabel 10 memperlihatkan bahwa Kingsport dan Allentown dialirkan terlebih dahulu ke Riverside sebelum menuju *disposal site* terdekat. Sementara itu, Selma mengalirkan sebagian limbah ke Columbus dan Macon. Dari titik konsolidasi tersebut, aliran diteruskan ke *disposal site*. Penghematan terbesar berasal dari dua perubahan utama:

1. Kingsport memperoleh biaya sebesar 9 dolar per barel melalui Riverside, yang lebih rendah dibandingkan skenario 3 yaitu melalui Macon dan Duras sebesar 15 dolar per barel. Dapat disimpulkan, bahwa terjadi penghematan sebesar 6 dolar per barel.
2. Allentown memperoleh biaya sebesar 11 dolar per barel melalui Riverside, lebih murah dibandingkan rute melalui Danville dan Los Canos sebesar 16 dolar per barel. Dapat disimpulkan, bahwa terjadi penghematan sebesar 5 dolar per barel.

Dengan demikian, meskipun hanya sebagian *plant* yang memanfaatkan *node* transit baru, dampak ekonominya signifikan. Penambahan *node* transit Riverside meningkatkan efisiensi struktur jaringan dengan membuka jalur alternatif berbiaya lebih rendah, sehingga total biaya distribusi menurun menjadi 2468 dolar. Secara keseluruhan,

penambahan Riverside menghasilkan penurunan biaya sebesar 162 dolar dari skenario lainnya.

Perbandingan hasil solusi optimal pada seluruh skenario distribusi limbah serta penggunaan kapasitas *disposal site* disajikan pada Tabel 11 dan Tabel 12.

Tabel 11 Perbandingan hasil solusi optimal distribusi limbah.

Skenario	Deskripsi Singkat	Total Biaya Optimal (\$)	Aliran (barel)
1	Pengiriman tanpa transit	2822	223
2	<i>Transhipment</i>	2630	349
3	<i>Transhipment</i> dengan batas transit	2630	259
4	Penambahan <i>node</i> transit Riverside	2468	349

Tabel 12 Penggunaan kapasitas *disposal site*.

Site	Skenario 1	Skenario 2	Skenario 3	Skenario 4	Kapasitas
Duras	78	94	78	78	105
Los Canos	80	64	80	80	80
Whitewater	65	65	65	65	65

Hasil perbandingan seluruh skenario pada Tabel 11 menunjukkan bahwa penggunaan transit memberikan dampak nyata dalam menurunkan biaya distribusi limbah. Skenario pengiriman langsung menghasilkan biaya tertinggi, sedangkan ketika sistem *transhipment* diterapkan, biaya distribusi langsung turun cukup signifikan. Penambahan batas transit pada Skenario 3 tidak mengubah biaya, tetapi ketika *node* transit Riverside dimasukkan pada Skenario 4, biaya total mencapai nilai paling rendah. Hal ini menandakan bahwa perluasan struktur jaringan melalui penambahan *node* transit yang strategis mampu menghasilkan efisiensi biaya yang lebih baik.

Perbedaan nilai aliran antar skenario mencerminkan variasi struktur aliran dalam jaringan, bukan perubahan *volume* limbah fisik. Nilai aliran yang lebih besar menunjukkan intensitas perpindahan akibat pemanfaatan rute transit, sementara biaya tetap dikendalikan oleh pemilihan rute dengan biaya rendah. Tabel 12 menunjukkan bahwa pemanfaatan kapasitas *disposal site* pada seluruh skenario tetap berada dalam batas aman. Whitewater secara konsisten menjadi tujuan utama karena memiliki biaya pengiriman terendah bagi sebagian besar *plant*, sementara Los Canos dan Duras berfungsi sebagai alternatif setelah kapasitas Whitewater tercapai. Pola ini mencerminkan mekanisme alokasi *Linear Programming* yang memprioritaskan rute berbiaya minimum tanpa melampaui kapasitas yang tersedia.

## 5 Simpulan dan Saran

Pada penelitian ini telah dibahas pengembangan model optimasi pada contoh kasus *stateline shipping & transport company* dengan kemungkinan skenario yang berbeda-beda. Masalah *transhipment* diformulasikan menggunakan model *Linear Programming* menggunakan bantuan *software* Pyomo. Melalui empat skenario optimasi, diperoleh bahwa model *transhipment* (Skenario 2) memberikan biaya lebih rendah dibandingkan

pengiriman langsung karena fleksibilitas pemilihan jalur yang lebih optimal. Sedangkan, kinerja terbaik diperoleh pada skenario 4 yaitu penambahan *node* transit baru bernama Riverside yang menghasilkan biaya minimum sebesar 2468 dolar. Secara keseluruhan, penelitian ini menegaskan bahwa modifikasi pada struktur jaringan, baik melalui pengaturan transit maupun penambahan *node* baru, dapat memberikan dampak signifikan terhadap efisiensi biaya dalam sistem distribusi limbah.

Pada penelitian selanjutnya disarankan untuk memasukkan variabel biaya tambahan di *node* transit seperti biaya bongkar muat, waktu tunggu, dan biaya penanganan limbah untuk memperoleh estimasi biaya yang lebih realistik. Selain itu, dapat juga dilakukan dengan metode optimasi lain seperti *Mixed Integer Programming* atau dengan metaheuristik untuk melihat apakah metode lainnya mampu menghasilkan biaya yang lebih optimal.

## Daftar Pustaka

- [1] Basriati S. 2018. Penyelesaian model transhipment dengan metode least cost, north west corner dan vogel's approximation method (contoh kasus: pt. subur bangun transport). Di dalam: Seminar Nasional Teknologi Informasi, Komunikasi dan Industri (SNTIKI-10). Seminar Nasional Teknologi Informasi Komunikasi dan Industri 2018; 2018 Nov 13; Pekanbaru, Indonesia. Pekanbaru: hlm 726-733; [diakses 2025 Nov 29]. <https://ejournal.uin-suska.ac.id/index.php/SNTIKI/article/view/5981/3511>.
- [2] Batubara FH, Widayarsi R. 2023. Penerapan Metode Transportasi dan Transhipment Menggunakan Linear Programming dalam Efisiensi Biaya Distribusi Barang. *Jurnal Media Informatika BUDIDARMA*. 7(1):128-137.
- [3] Byrd RH, Nocedal J, Waltz RA. 2006. KNITRO: An integrated package for nonlinear optimization. In Large-scale nonlinear optimization (pp. 35-59). Boston, MA: Springer US.
- [4] Karimi-Mamaghan M, Mohammadi M, Pirayesh A, Karimi-Mamaghan AM, Irani H. 2020. Hub-and-spoke network design under congestion: a learning-based metaheuristic. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 142, 102069. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2020.102069>.
- [5] Saputra AJ, Lestari SD, Ginting JM. 2025. Analisis faktor-faktor yang mempengaruhi pencemaran sumber daya air di wilayah sungai: systematic literature review. *Jurnal Teknik Sipil dan Arsitektur*. 30(2):119-127. <https://doi.org/10.36728/jtsa.v30i2.4806>.
- [6] Sari F, Winata H, Calista V, Effendy D. 2024. Optimalisasi keuntungan warung bakso selera dengan menggunakan pemograman linear metode simpleks. *JARUM: Journal of Analysis Research and Management Review*. 1(1):62-69. <https://doi.org/10.62952/jarum.v1i1.8>.
- [7] Ord, Taha HA. 2014. Riset Operasi. Vol. 2. edited by B. Aksara. Jakarta
- [8] Wihartiko FD, Buono A, Silalahi BP. 2017. Integer programming model for optimizing bus timetable using genetic algorithm. *IOP Conference Series: Material Science and Engineering*. 166(1):1-9. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/166/1/012016>.
- [9] Zhang J, Li H, Han W, Li Y. 2024. Research on optimization of multimodal hub-and-spoke transport network under uncertain demand. *Archives of Transport*. 70(2):137-157. <https://doi.org/10.61089/aot2024.1g17bx18>.
- [10] Zulfikar MR, Isdy AP, Haryadi F, Fauzi M. 2021. Analisis Perbandingan Biaya Transhipment Metode Vogel Approximation Method (Vam) Dengan Lingo Pada Distribusi Sepeda Motor Di Pt. Abc. *Jurnal Ilmiah Teknik Dan Manajemen Industri*. 1(1):1-9.