

# PERBANDINGAN KINERJA MODEL FTS-MARKOV *CHAIN* DAN *GEOMETRIC BROWNIAN MOTION* DALAM MEMPREDIKSI HARGA SAHAM BBRI

\*S. Aulia, I W. Mangku, dan I G. P. Purnaba

Program Studi Matematika, Sekolah Sains Data, Matematika, dan Informatika  
Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor.

[syifaaaulia@apps.ipb.ac.id](mailto:syifaaaulia@apps.ipb.ac.id) \*corresponding author.  
[wayanma@apps.ipb.ac.id](mailto:wayanma@apps.ipb.ac.id), [purnaba@apps.ipb.ac.id](mailto:purnaba@apps.ipb.ac.id)

## Abstrak

Saham merupakan bentuk investasi di pasar modal yang mampu menarik perhatian investor. Harga saham bersifat fluktuatif sehingga terjadi peningkatan dan penurunan harga. Model stokastik yang seringkali digunakan untuk memprediksi harga saham yaitu FTS-Markov *Chain* dan *Geometric Brownian Motion* (GBM). Penelitian ini bertujuan membandingkan kinerja dari model FTS-Markov *Chain* dan GBM dalam memprediksi harga saham. Kinerja kedua model prediksi dievaluasi dengan cara membandingkan nilai MAPE. Data yang digunakan adalah data harian harga penutupan saham BBRI sejak 01 November 2023 hingga 31 Oktober 2024 sebanyak 239 data. Data penelitian terbagi atas data *training* dan *testing* dengan proporsi masing-masing sebesar 80:20. Berdasarkan hasil penelitian, nilai MAPE yang diperoleh berdasarkan model FTS-Markov *Chain* dan GBM secara berturut-turut yaitu 1,19% dan 7,53%. Model FTS-Markov *Chain* menghasilkan nilai MAPE yang lebih kecil, sehingga dapat dikatakan bahwa hasil prediksi menggunakan FTS-Markov *Chain* lebih akurat dibandingkan GBM. Secara keseluruhan model FTS-Markov *Chain* mampu menangkap pola prediksi dan fluktuasi harga saham. Oleh sebab itu, model yang memiliki kinerja lebih baik dalam memprediksi harga saham BBRI adalah FTS-Markov *Chain*.

**Kata kunci:** *fuzzy time series* Markov *chain*, harga saham, model GBM, prediksi

## 1 Pendahuluan

Kemajuan teknologi digital memberikan kemudahan kepada investor dalam melakukan kegiatan investasi. Secara sederhana, investasi merupakan suatu kegiatan mengalokasikan modal dalam periode tertentu dengan tujuan dapat memperoleh manfaat di masa depan [6]. Investasi tidak lagi dipandang sebagai tindakan spekulatif, melainkan langkah strategis dalam perencanaan keuangan di masa depan. Seorang investor akan menghadapi risiko terjadinya perbedaan antara keuntungan yang diharapkan dengan yang diperoleh.

Secara umum, sektor keuangan dibagi menjadi tiga yaitu sektor pasar modal, perbankan, dan lembaga keuangan nonbank. Sektor pasar modal memiliki peranan

penting bagi pertumbuhan ekonomi negara. Pasar modal dapat diartikan sebagai wadah bagi para investor dan pihak yang membutuhkan dana agar bisa saling bertemu [16]. Keberadaan pasar modal mampu menarik investor asing dan domestik. Pasar modal menawarkan berbagai macam instrumen yang dapat dipilih investor dalam menanamkan modalnya. Beberapa instrumen investasinya yaitu investasi emas, properti, deposito, obligasi, reksadana, dan saham.

Saham adalah bukti keikutsertaan penanaman modal oleh seseorang dalam suatu perusahaan [5]. Investor seringkali menganggap bahwa saham mampu memberikan keuntungan yang tinggi. Pemilik saham akan memperoleh keuntungan atau *return* dalam bentuk *capital gain* dan dividen [11]. Selain memperoleh keuntungan, pemilik saham juga harus menghadapi risiko seperti *capital loss*. *Capital loss* adalah suatu kondisi penjualan harga saham lebih rendah dibandingkan harga pembeliannya. Dalam pengambilan keputusan, pemilik saham perlu mempertimbangkan harga saham. Semakin tinggi harga saham maka semakin tinggi pula keuntungan yang diperoleh investor.

Pada dasarnya saham bersifat fluktuatif sehingga memungkinkan terjadinya kenaikan serta penurunan harga saham. Harga saham terbentuk karena adanya permintaan dan penawaran di bursa saham [1]. Harga saham dipengaruhi oleh beberapa faktor rasio keuangan seperti likuiditas, profitabilitas, solvabilitas, dan lain sebagainya [15]. Perubahan harga saham yang berfluktuasi membuat investor melakukan analisis terlebih dahulu sebelum memutuskan untuk melakukan investasi terhadap suatu saham. Oleh karena itu, diperlukan suatu metode pendekatan untuk memprediksi harga saham di masa mendatang. Terdapat beberapa model stokastik yang dapat digunakan dalam memprediksi harga saham seperti *Geometric Brownian Motion* (GBM) dan *FTS-Markov Chain*. Keunggulan dari model GBM yaitu sangat populer digunakan dalam pemodelan harga saham karena mampu memodelkan pertumbuhan secara eksponensial dan volatilitas secara baik. Model GBM memiliki kelemahan dalam mengasumsikan bahwa *return* berdistribusi normal dengan nilai volatilitas yang konstan. Model *FTS-Markov Chain* memiliki kelebihan dalam menanggapi ketidakpastian dalam prediksi. Akan tetapi, kelemahan dari *FTS-Markov Chain* yaitu kurang sesuai untuk prediksi jangka panjang.

Ningrum dan Seru melakukan prediksi harga saham PT Astra Internasional Tbk menggunakan model GBM [9]. Dari hasil penelitian diperoleh nilai MAPE di bawah 10% untuk masing-masing iterasi. Berdasarkan nilai MAPE, model GBM menunjukkan performa sangat baik dalam memprediksi harga saham PT Astra Internasional Tbk. Selanjutnya, Wajdi melakukan penelitian pemodelan harga saham BSI dengan metode *FTS-Markov Chain* [14]. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa hasil pemodelan mendekati data aktualnya. Nilai MAPE yang diperoleh oleh peneliti sebesar 6,4%. Hal tersebut merepresentasikan bahwa model tersebut mampu memodelkan harga saham BSI dengan sangat baik.

Berdasarkan penelitian terdahulu, belum banyak penelitian yang menggunakan kedua model tersebut untuk memprediksi harga saham. Penelitian ini bertujuan menganalisis dan membandingkan kinerja model *FTS-Markov Chain* dan GBM dalam memprediksi harga saham BBRI, sehingga dapat menentukan model terbaik yang lebih akurat dalam memprediksi harga saham BBRI. Melalui penelitian ini, investor dapat menentukan model yang memiliki kinerja lebih baik dalam memprediksi harga saham guna meminimalkan risiko kerugian.

## 2 Metode Penelitian

### 2.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data harga penutupan saham PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk. Jumlah data observasi yang digunakan sebanyak 239 data dan diperoleh dari *website* <https://id.investing.com/>. Data diambil dalam kurun waktu 01 November 2023 hingga 31 Oktober 2024. Data tersebut kemudian diolah agar diperoleh data *return* harian harga saham. Selanjutnya normalitas data *return* diuji menggunakan Kolmogorov-Smirnov. Perangkat lunak yang digunakan pada proses penelitian ini yaitu *Microsoft Excel* dan RStudio.

### 2.2 Proses Stokastik

Proses stokastik didefinisikan sebagai sekumpulan variabel acak yang mengambil nilai dalam himpunan  $S$  (*state space*) [10]. Sekumpulan variabel acak tersebut diindeks oleh himpunan  $T$  yang merupakan himpunan indeks. Proses stokastik dengan waktu diskret apabila himpunan  $T$  adalah himpunan bilangan asli atau tercacah dan dapat ditulis  $\{X_0, X_1, X_2, \dots\}$ . Proses stokastik waktu kontinu apabila himpunan  $T$  adalah himpunan bilangan real non-negatif atau  $T = [0, \infty)$  dan dapat dinyatakan sebagai  $\{X(t), t \geq 0\}$ .

### 2.3 Fuzzy Time Series Markov Chain

FTS-Markov *Chain* merupakan metode yang menggabungkan konsep *Fuzzy Time Series* dan rantai Markov. Pendekatan rantai Markov digunakan untuk mengatasi kelemahan dari metode FTS klasik. Menurut Tsaur [12], langkah-langkah prediksinya sebagai berikut.

#### 1. Pembentukan Himpunan Semesta

Himpunan semesta pembicaraan dibentuk berdasarkan persamaan berikut:

$$U = [Y_{min} - D_1, Y_{max} + D_2] \quad (1)$$

dengan  $Y_{min}$  menyatakan nilai minimum data dan  $Y_{max}$  menyatakan nilai maksimum data.  $D_1$  dan  $D_2$  menyatakan sembarang bilangan real yang bernilai positif.

#### 2. Menentukan Jumlah dan Panjang Interval Fuzzy

Himpunan semesta pada persamaan (1) kemudian dipartisi menjadi beberapa subinterval dengan panjang yang sama yaitu  $u_1, u_2, \dots, u_n$ . Jumlah interval ( $n$ ) dihitung dengan formula Sturges sebagai berikut.

$$n = 1 + 3.32 \log N \quad (2)$$

dengan  $N$  menyatakan jumlah data observasi. Panjang interval ditentukan menggunakan formula sebagai berikut.

$$l = \frac{[(Y_{max} + D_2) - (Y_{min} - D_1)]}{n} \quad (3)$$

dengan  $l$  menyatakan panjang interval dan  $n$  menyatakan banyaknya interval. Masing-masing interval dapat diperoleh dengan cara berikut:

$$\begin{aligned} u_1 &= [Y_{min} - D_1, Y_{min} - D_1 + l] \\ u_2 &= [Y_{min} - D_1 + l, Y_{min} - D_1 + 2l] \\ &\vdots \\ u_n &= [Y_{min} - D_1 + (n-1)l, Y_{min} - D_1 + nl]. \end{aligned} \quad (4)$$

### 3. Membentuk Himpunan *Fuzzy*

Setiap himpunan *fuzzy* didefinisikan dalam banyaknya interval. Dengan demikian, himpunan *fuzzy*  $A_i$  dengan  $1 \leq i \leq n$  dirumuskan oleh

$$A_i = \left\{ \frac{\mu_{ik}}{u_k} \right\} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Adapun derajat keanggotaan ( $\mu_{ik}$ ) dari himpunan *fuzzy*  $A_i$  dalam anggota himpunan  $u_k$  ( $1 \leq k \leq n$ ) adalah

$$\mu_{ik} = \begin{cases} 1 & k = i \\ 0.5 & k = i + 1 \text{ atau } k = i - 1 \\ 0 & \text{lainnya.} \end{cases} \quad (6)$$

### 4. Fuzzifikasi Data Historis

Proses fuzzifikasi digunakan untuk mengubah setiap data observasi menjadi himpunan *fuzzy*. Jika data observasi berada di interval  $u_i$  maka data tersebut termasuk ke dalam himpunan  $A_i$ .

### 5. Membentuk FLR dan FLRG

Pada tahap ini dibentuk relasi logika *fuzzy* untuk mengetahui keterkaitan setiap data dalam bentuk himpunan *fuzzy*. FLR dapat dituliskan sebagai berikut:

$$A_i \rightarrow A_j$$

Selanjutnya, FLRG dibentuk dengan mengelompokkan hasil dari FLR. Sebagai contoh, apabila terdapat relasi logika *fuzzy* berdasarkan fuzzifikasi data historis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A_i &\rightarrow A_i, \\ A_i &\rightarrow A_j, \end{aligned}$$

maka FLRG yang terbentuk yaitu  $A_i \rightarrow A_i, A_j$ .

### 6. Membentuk Matriks Peluang Transisi Markov

Dari hasil FLRG yang telah dibentuk didapatkan besarnya peluang perpindahan dari satu *state* ke *state* selanjutnya. Peluang perpindahan *state* ke *state* lainnya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$P_{ij} = \frac{M_{ij}}{M_i}; \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

dengan  $P_{ij}$  merepresentasikan peluang perpindahan *state*  $A_i$  ke *state*  $A_j$ .

#### 7. Menghitung Hasil Prediksi Tahap Awal

Dari matriks peluang transisi yang diperoleh pada tahap sebelumnya, prediksi awal dihitung dengan mengikuti beberapa aturan berikut:

Aturan 1: Apabila  $A_i \rightarrow A_j$  atau bersifat *one to one* maka hasil prediksinya adalah

$$F(t) = m_j P_{ij} \quad (8)$$

Aturan 2: Apabila  $A_i \rightarrow A_i, A_j, A_k, \dots, A_n$  atau bersifat *one to many* dan data pada waktu  $t - 1$  dinyatakan sebagai  $Y_{t-1}$  berada di *state*  $A_i$ , maka hasil prediksinya adalah

$$F(t) = m_1 P_{i1} + \dots + m_{i-1} P_{i(i-1)} + Y_{(t-1)} P_{ii} + \dots + m_n P_{in} \quad (9)$$

dengan  $m_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) menunjukkan nilai tengah dari interval  $u_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ).

#### 8. Menghitung Nilai Penyesuaian

Adapun beberapa aturan penyesuaian terhadap hasil prediksi awal sebagai berikut:

Ketentuan 1: Apabila  $A_i \rightarrow A_j$  dan transisi bergerak naik ke *state*  $A_j$  ( $i < j$ ), maka penyesuaiannya ditentukan sebagai

$$D_{t1} = \left(\frac{l}{2}\right) \quad (10)$$

Ketentuan 2: Apabila  $A_i \rightarrow A_j$  dan transisi bergerak turun ke *state*  $A_j$  ( $i > j$ ), maka penyesuaiannya ditentukan sebagai

$$D_{t1} = -\left(\frac{l}{2}\right) \quad (11)$$

Aturan 3: Apabila terjadi lompatan transisi maju sejauh  $s$  yaitu  $A_i \rightarrow A_{i+s}$  dengan  $1 \leq s \leq n - i$ , maka penyesuaiannya ditentukan sebagai

$$D_{t2} = \left(\frac{l}{2}\right) s \quad (12)$$

Aturan 4: Apabila terjadi lompatan transisi mundur sejauh  $v$  yaitu  $A_i \rightarrow A_{i-v}$  dengan  $1 \leq v \leq i$ , maka nilai penyesuaiannya ditentukan sebagai

$$D_{t2} = -\left(\frac{l}{2}\right) v \quad (13)$$

#### 9. Menghitung Hasil Prediksi Tahap Akhir

Jika  $v$  merupakan langkah lompatan, maka bentuk umum hasil prediksinya yaitu:

$$F'(t) = F(t) \pm D_{t1} \pm D_{t2} = F(t) \pm \left(\frac{l}{2}\right) \pm \left(\frac{l}{2}\right) v \quad (14)$$

### 2.4 Brownian Motion

Suatu proses stokastik dengan waktu kontinu  $\{W(t), t \geq 0\}$  dengan ruang *state*  $S = (-\infty, +\infty)$  disebut proses *Brownian motion* dengan parameter  $\sigma$  [2] jika:

- (i)  $W(0) = 0$ ,
- (ii)  $\{W(t), t \geq 0\}$  memiliki inkremen stasioner dan independen,
- (iii)  $W(t)$  memiliki distribusi normal dengan nilai harapan 0 dan ragam  $\sigma^2 t$  untuk  $t > 0$ .

Suatu proses stokastik  $\{D(t), t \geq 0\}$  disebut sebagai *Brownian motion* dengan *drift* jika:

- (i)  $D(0) = 0$ ,
- (ii)  $\{D(t), t \geq 0\}$  memiliki inkremen stasioner dan independen,
- (iii) setiap kenaikan  $D(t) - D(s)$  mempunyai distribusi normal dengan nilai rata-rata  $\mu(t - s)$  dan ragam  $\sigma^2 |t - s|$ .

*Brownian motion* dengan *drift*  $\{D(t), t \geq 0\}$  juga dapat dituliskan sebagai

$$D(t) = \mu t + W(t) \quad (15)$$

dengan  $\{W(t), t \geq 0\}$  menyatakan *Brownian motion* dengan parameter ragam  $\sigma^2$  dan konstanta  $\mu$  disebut parameter *drift*.

### 2.5 Proses Wiener

Proses Wiener merupakan salah satu jenis khusus dari proses stokastik Markov dengan *drift rate* sebesar 0 dan *variance rate* sebesar 1. Suatu proses stokastik dikatakan mengikuti proses Wiener apabila memenuhi syarat berikut:

- (i) Perubahan  $\Delta W(t)$  selama periode waktu tertentu  $\Delta t$  adalah

$$\Delta W(t) = \epsilon \sqrt{\Delta t}$$

dengan  $\epsilon$  merupakan peubah acak yang memiliki distribusi normal baku  $N(0,1)$  dan  $\Delta t$  merupakan selisih dua interval waktu yang berbeda,

- (ii) Nilai  $\Delta W(t)$  untuk setiap interval waktu yang berbeda bersifat independen.

Perubahan  $W(t)$  selama periode waktu  $T$  dapat dianggap sebagai jumlah perubahan  $W(t)$  dalam  $N$  interval waktu dengan panjang  $t$ , yaitu:

$$N = \frac{T}{\Delta t} \quad (16)$$

Oleh karena itu, perubahan nilai  $W(t)$  selama periode waktu  $T$  dapat dituliskan sebagai:

$$W(T) - W(0) = \sum_{i=1}^N \epsilon_i \sqrt{\Delta t} \quad (17)$$

dengan  $\epsilon_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) menyatakan peubah acak yang berdistribusi normal baku [7].

## 2.6 Lemma Itô

Misalkan  $X_t$  merupakan proses stokastik dengan waktu kontinu yang memenuhi persamaan berikut:

$$dX_t = \mu(X_t, t)dt + \sigma(X_t, t)dW_t \quad (18)$$

dimana  $W_t$  merupakan proses Wiener. Jika terdapat fungsi  $G(X_t, t)$  yang merupakan fungsi diferensiabel dari  $X_t$  dan  $t$ , maka menurut [13]

$$dG = \left[ \frac{\partial G}{\partial X_t} \mu(X_t, t) + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial X_t^2} \sigma^2(X_t, t) \right] dt + \frac{\partial G}{\partial X_t} \sigma(X_t, t) dW_t \quad (19)$$

## 2.7 Geometric Brownian Motion

Model GBM merupakan salah satu proses stokastik yang seringkali digunakan untuk pemodelan harga saham. Pada model GBM diasumsikan bahwa *return* harga saham bersifat independen dan terdistribusi secara normal. Persamaan model GBM dalam memprediksi harga saham pada waktu  $t$  disajikan sebagai berikut [4]:

$$S_t = S_{t-1} \exp \left( \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \Delta W_t \right) \quad (20)$$

dengan:

- $S_t$  : harga saham pada waktu  $t$
- $S_{t-1}$  : harga saham pada waktu  $t - 1$
- $\mu$  : parameter *drift*
- $\sigma$  : parameter volatilitas
- $W_t$  : proses Wiener

## 2.8 Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

MAPE merupakan metrik untuk mengukur akurasi dari suatu model prediksi yang dirumuskan sebagai berikut.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - F_t}{Y_t} \right| \quad (21)$$

dengan  $Y_t$  dan  $F_t$  menyatakan data aktual dan prediksi pada waktu  $t$ . Menurut Lewis [8] dalam Chen [3], semakin rendah persentase kesalahan MAPE maka semakin kuat hasil prediksinya. Nilai MAPE kurang dari 10% menyatakan hasil prediksi sangat baik, 10%-20% menyatakan hasil prediksi yang baik, 21%-50% menyatakan hasil prediksi yang cukup, dan lebih dari 50% menyatakan hasil prediksi yang tidak baik.

### 3 Hasil dan Pembahasan

#### 3.1 Deskripsi Data



Gambar 1. Plot data harga penutupan harian saham BBRI.

Gambar 1 menunjukkan pola data harga saham yang mengalami tren naik dan turun di beberapa periode waktu. Plot harga penutupan harian saham BBRI menunjukkan pergerakan harga saham yang mengalami fluktuasi. Data *training* diambil dari 01 November 2023 hingga 23 Agustus 2024 sebanyak 191 data, sedangkan data *testing* diambil dari 26 Agustus 2024 hingga 31 Oktober 2024 sebanyak 48 data. Data *training* sebanyak 191 data ini digunakan untuk membangun suatu model prediksi. Harga penutupan harian saham tertinggi terjadi pada 13 Maret 2024 yaitu sebesar 6400, sedangkan harga penutupan harian saham terendah terjadi pada 19 Juni 2024 yaitu sebesar 4100.

#### 3.2 Model *Fuzzy Time Series Markov Chain*

##### 1. Pembentukan Himpunan Semesta

Dengan memilih bilangan positif acak  $D_1 = 1$  dan  $D_2 = 3$ , diperoleh semesta pembicaraan  $U$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} U &= [Y_{\min} - D_1, Y_{\max} + D_2] \\ &= [4100 - 1, 6400 + 3] \\ &= [4099, 6403]. \end{aligned} \quad (22)$$

##### 2. Menentukan Jumlah dan Panjang Interval

Dengan menggunakan Persamaan (2), semesta pembicaraan dipartisi menjadi 9 bagian sebagai berikut:

$$\begin{aligned} n &= 1 + 3.32 \log N \\ &= 1 + 3.32 \log 191 \\ &= 8.57759 \approx 9 \end{aligned} \quad (23)$$

Berdasarkan Persamaan (3), panjang interval *fuzzy* dapat ditentukan sebagai berikut:



$$\begin{aligned}
 l &= \frac{[(Y_{max} + D_2) - (Y_{min} - D_1)]}{n} \\
 &= \frac{[6403 - 4099]}{9} \\
 &= 256.
 \end{aligned} \tag{24}$$

Masing-masing interval yang telah dibentuk disajikan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Pembagian semesta pembicaraan  $U$ .

Interval	Batas Bawah Interval	Batas Atas Interval	Nilai Tengah Interval
$u_1$	4099	4355	4227
$u_2$	4355	4611	4483
$u_3$	4611	4867	4739
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$u_8$	5891	6147	6019
$u_9$	6147	6403	6275

Pada Tabel 1 dapat terlihat bahwa semesta pembicaraan  $U$  dibagi menjadi 9 interval yang masing-masing memiliki panjang interval sebesar 256. Misalkan pada interval  $u_1$ , batas bawah interval  $u_1$  yaitu 4099 maka dengan panjang interval  $l = 256$  diperoleh batas atas interval  $u_1$  yaitu 4355. Penentuan batas bawah dan atas untuk masing-masing interval dilakukan dengan cara yang sama hingga interval  $u_9$ .

### 3. Pembentukan Himpunan *Fuzzy*

Himpunan *fuzzy* yang terbentuk akan menyesuaikan dengan jumlah interval  $u$ . Berdasarkan definisi himpunan *fuzzy* dan derajat keanggotaan pada persamaan (6), dibentuk himpunan *fuzzy* yang berjumlah 9 sebagai berikut.

$$A_1 = \left\{ \frac{1}{u_1}, \frac{0.5}{u_2}, \frac{0}{u_3}, \dots, \frac{0}{u_8}, \frac{0}{u_9} \right\}, \dots, A_9 = \left\{ \frac{0}{u_1}, \frac{0}{u_2}, \frac{0}{u_3}, \dots, \frac{0.5}{u_8}, \frac{1}{u_9} \right\} \tag{25}$$

### 4. Fuzzifikasi Data

Proses fuzzifikasi dilakukan dengan cara mengelompokkan suatu data ke dalam variabel linguistik berdasarkan interval kelasnya. Hasil proses fuzzifikasi dapat dilihat pada Tabel 2 sebagai berikut.

Tabel 2. Hasil fuzzifikasi data *training*.

$t$	Tanggal	Harga saham	Fuzzifikasi
1	01/11/2023	4830	$A_3$
2	02/11/2023	5000	$A_4$
3	03/11/2023	5100	$A_4$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
189	21/08/2024	5100	$A_4$
190	22/08/2024	5050	$A_4$
191	23/08/2024	5150	$A_5$

Berdasarkan Tabel 2, harga saham pada 01 November 2023 yaitu sebesar 4830 dan terdapat pada interval  $u_3 = [4611, 4867]$  sehingga harga saham pada 01 November 2023 dikelompokkan ke dalam himpunan *fuzzy*  $A_3$  dan interval  $u_3$  memiliki nilai keanggotaan sepenuhnya dalam himpunan *fuzzy*  $A_3$ .

##### 5. Pembentukan FLR dan FLRG

FLR yang terbentuk dari hasil fuzzifikasi data *training* disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. FLR data *training*.

$t$	Tanggal	FLR		
1	01/11/2023	$NA$	$\rightarrow$	$A_3$
2	02/11/2023	$A_3$	$\rightarrow$	$A_4$
3	03/11/2023	$A_4$	$\rightarrow$	$A_4$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		
190	22/08/2024	$A_4$	$\rightarrow$	$A_4$
191	23/08/2024	$A_4$	$\rightarrow$	$A_5$

FLR yang telah didapatkan kemudian dikelompokkan menjadi beberapa grup sehingga terbentuk FLRG. FLR yang memiliki *current state* sama akan dikelompokkan ke dalam grup yang sama. Hasil FLRG yang terbentuk disajikan pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. FLRG data *training*.

Group	FLRG
1	$A_1 \rightarrow (5)A_1, (3)A_2$
2	$A_2 \rightarrow (3)A_1, (13)A_2, (3)A_3$
$\vdots$	$\vdots$
8	$A_8 \rightarrow (1)A_7, (11)A_8, (6)A_9$
9	$A_9 \rightarrow (6)A_8, (8)A_9$

Dari Tabel 4 dapat terlihat bahwa grup yang terbentuk berjumlah 9 grup. Pada masing-masing grup dapat diketahui jumlah perpindahan dari satu *state* ke *state* lain.

##### 6. Pembentukan Matriks Peluang Transisi Markov

Setelah FLRG dibentuk, langkah berikutnya yaitu membentuk matriks peluang transisi Markov yang berukuran  $9 \times 9$ .

$$R = \begin{pmatrix} 5/8 & 3/8 & \cdots & 0 \\ 3/19 & 13/19 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 8/14 \end{pmatrix}$$

##### 7. Prediksi Tahap Awal

Prediksi tahap awal dihitung menggunakan persamaan (8) dan (9) dengan mengikuti ketentuan yang ada. Hasil prediksi tahap awal data *training* dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil prediksi tahap awal.

$t$	Data Aktual	Prediksi Tahap Awal
1	NA	NA
2	5000	4832.714
3	5100	4963.201
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
190	5050	5009.868
191	5150	4986.534

## 8. Nilai Penyesuaian dan Prediksi Tahap Akhir

Penyesuaian hasil prediksi tahap pertama dilakukan berdasarkan persamaan (10)-(13) dengan mengikuti aturan yang ada. Hasil prediksi tahap akhir yang telah disesuaikan disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Hasil prediksi tahap akhir yang telah disesuaikan.

$t$	Data Aktual	Prediksi Tahap Awal	Prediksi Tahap Akhir	Penyesuaian
2	5000	4832.714	5088.714	256
3	5100	4963.201	4963.201	0
4	5200	5009.868	5265.868	256
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
190	5050	5009.868	5009.868	0
191	5150	4986.534	5242.534	256

### 3.3 Model Geometric Brownian Motion

Dalam membangun model GBM, terlebih dahulu menghitung *return* harga saham dari data *training*. *Return* harga saham dihitung dengan menggunakan formula *log return* sebagai berikut:

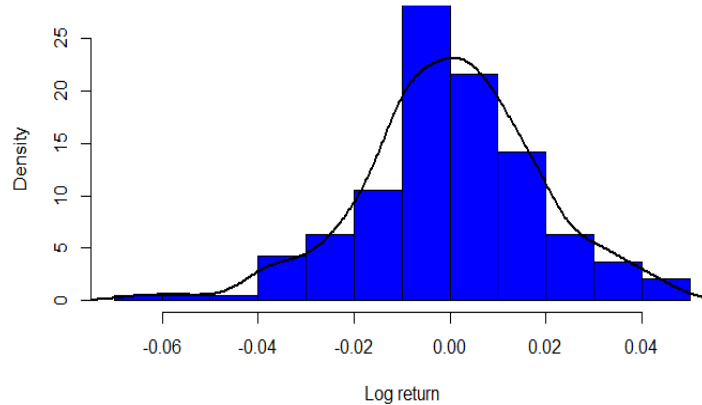
$$r_t = \log(1 + R_t) = \log\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = s_t - s_{t-1} \quad (26)$$

dengan  $s_t = \log(S_t)$  adalah *log price*. Hasil dari perhitungan nilai *return* disajikan pada Tabel 7 berikut.

Tabel 7. Nilai *return* harga saham data *training*.

$t$	Harga Saham	Nilai Return
1	4830	-
2	5000	0.034591445
3	5100	0.019802627
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
189	5100	0.029852963
190	5050	-0.009852296
191	5150	0.019608471

Data *return* harga saham dari data *training* yang diperoleh sebelumnya diperiksa kenormalannya menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Ilustrasi dari distribusi data *return* harga saham dapat dilihat pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Histogram *return* harga saham.

Berdasarkan Gambar 2, histogram *return* harga saham yang terbentuk memiliki bentuk cenderung seperti lonceng, sehingga menandakan bahwa data *return* harga saham menyebar normal. Untuk memastikan bahwa data *return* harga saham mengikuti distribusi normal, dilakukan pengujian normalitas menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Dengan *software* RStudio, Tabel 8 menunjukkan hasil uji yang diperoleh.

Tabel 8. Hasil uji Kolmogorov-Smirnov.

$D_{0.05,190}$	$D_{hitung}$	$p-value$
0.0987	0.0633	0.4315

Berdasarkan Tabel 8 diperoleh bahwa nilai  $D_{hitung} = 0.0633 < D_{0.05,190} = 0.0987$ . Selain itu juga diperoleh nilai  $p-value = 0.431$ . Dengan demikian, karena nilai  $D_{hitung} < D_{0.05,190}$  dan nilai  $p-value > \alpha = 0.05$  maka data *return* harga saham untuk data *training* berdistribusi normal.

Selanjutnya dilakukan estimasi parameter *drift* ( $\mu$ ) dan volatilitas ( $\sigma$ ) yang digunakan dalam model GBM. Parameter *drift* ( $\mu$ ) dan volatilitas ( $\sigma$ ) dihitung menggunakan persamaan (27) dan (28) sebagai berikut:

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\Delta t}} \quad (27)$$

$$\mu = \frac{\bar{R}}{\Delta t} + \frac{\sigma^2}{2} \quad (28)$$

dengan  $s$  menyatakan standar deviasi,  $\Delta t$  menyatakan selang waktu antara dua periode, dan  $\bar{R}$  menyatakan rata-rata *return* harga saham. Hasil estimasi nilai parameter *drift* dan volatilitas disajikan pada Tabel 9.

Tabel 9. Hasil estimasi parameter *drift* dan volatilitas.

<b><i>Drift</i> (<math>\mu</math>)</b>	<b><i>Volatilitas</i> (<math>\sigma</math>)</b>
0.2552027	0.09705208

Setelah diperoleh parameter *drift* dan volatilitas, model GBM dapat dibentuk dengan mengikuti persamaan (20) sebagai berikut.

$$S_t = S_{t-1} \exp \left( \left( 0.09705208 - \frac{(0.2552027)^2}{2} \right) \Delta t + 0.2552027 \Delta W_t \right) \quad (29)$$

Berdasarkan model GBM yang telah dibentuk pada tahap sebelumnya, dapat dilakukan prediksi untuk data *training*. Hasil prediksi harga saham dengan model GBM disajikan pada Tabel 10.

Tabel 10. Hasil prediksi data *training* dengan model GBM.

<b><i>t</i></b>	<b>Data Aktual</b>	<b>Prediksi</b>
1	4830	-
2	5000	4771.437
3	5100	4893.763
4	5200	4900.763
⋮	⋮	⋮
188	4950	5125.651
189	5100	5189.492
190	5050	5149.322
191	5150	5168.427

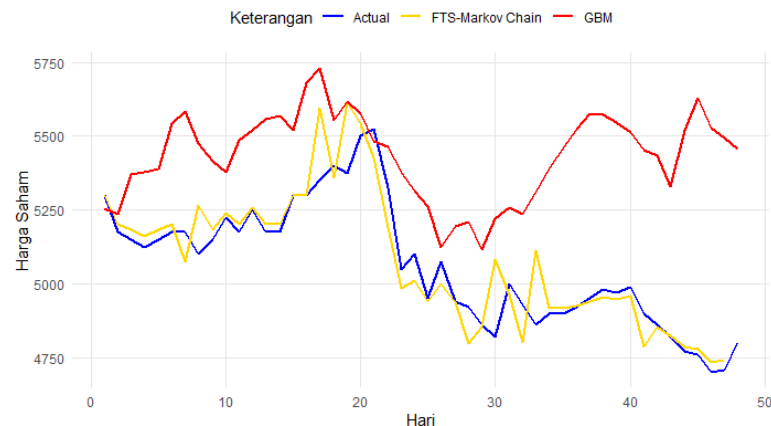
### 3.4 Evaluasi Model

Pada tahap ini, kinerja kedua model dievaluasi dan dibandingkan dalam melakukan prediksi data aktual. Kriteria yang digunakan untuk mengukur akurasi model prediksi adalah MAPE. Nilai MAPE dari kedua model disajikan pada Tabel 11.

Tabel 11. Nilai MAPE data *testing* kedua model.

<b>Model</b>	<b>Nilai MAPE</b>	<b>Keterangan</b>
FTS-Markov <i>Chain</i>	1.19%	Sangat baik
GBM	7.53%	Sangat baik

Berdasarkan nilai MAPE tersebut, kedua model dikategorikan sangat baik dalam memprediksi harga saham BBRI. Nilai MAPE dari model FTS-Markov *Chain* menunjukkan angka yang lebih kecil dibandingkan model GBM. Hal tersebut menunjukkan hasil prediksi menggunakan model FTS-Markov *Chain* lebih akurat dibandingkan model GBM. Dalam penelitian ini, model FTS-Markov *Chain* merupakan model terbaik dalam memprediksi harga saham BBRI. Hal tersebut juga didukung dari plot hasil prediksi harga saham dengan menggunakan kedua model yang disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Grafik perbandingan hasil prediksi harga saham yang dihasilkan oleh kedua model.

Dapat dilihat dari Gambar 3 bahwa pola prediksi FTS-Markov *Chain* hampir mirip dengan pola data aktual, sedangkan pola prediksi model GBM terlihat tidak terlalu mirip dengan pola data aktual. Hasil prediksi data *testing* menggunakan FTS-Markov *Chain* cenderung menyesuaikan kenaikan dan penurunan yang terjadi pada data aktual. Dalam hal ini, model FTS-Markov *Chain* mampu menangkap ketidakpastian dari fluktuasi harga saham dibandingkan model GBM. Prediksi data *testing* dengan model GBM cenderung mengalami peningkatan yang cukup signifikan pada akhir periode.

## 4 Simpulan

Model FTS-Markov *Chain* dan GBM mampu memprediksi harga saham BBRI dengan sangat baik. Nilai MAPE yang diperoleh model FTS-Markov *Chain* sebesar 1.19%, sedangkan nilai MAPE yang diperoleh dari model GBM sebesar 7.53%. Berdasarkan nilai MAPE, kedua model menghasilkan performa yang sangat baik dalam memprediksi harga saham. Model FTS-Markov *Chain* menghasilkan MAPE yang lebih kecil daripada model pembandingnya sehingga memiliki tingkat akurasi yang lebih baik pula. Model FTS-Markov *Chain* mampu mengidentifikasi pola data aktual dan fluktuasi harga saham BBRI. Dengan demikian, model FTS-Markov *Chain* mempunyai kinerja yang lebih baik dalam memprediksi harga saham BBRI.

## Daftar Pustaka

- [1] Ananda RP, Roza S, Nurhayati. 2023. Pengaruh likuiditas, profitabilitas, dan leverage terhadap harga saham pada perusahaan perdagangan besar yang terdaftar pada Bursa Efek Indonesia (BEI) periode 2018-2020. *JEKOMBIS*. 2(1):110–124. doi:10.55606/jekombis.v2i1.985.
- [2] Beichelt F. 2016. *Applied probability and stochastic processes: Second edition*. New York (NY): CRC Press.
- [3] Chen RJC, Bloomfield P, Fu JS. 2003. An evaluation of alternative forecasting methods to recreation visitation. *Journal of Leisure Research*. 35(4):441–454. doi:10.1080/00222216.2003.11950005.
- [4] Dmouj A. 2006. Stock price modelling : Theory and Practice [tesis]. Amsterdam: Vrije Universiteit.
- [5] Gunadi NLDS, Widyatama J. 2021. Perhitungan sebagai seorang investor saham atas besaran pajak yang harus dibayarkan kepada negara. *Jurnal Locus Delicti*. 2(1):13–23. doi:10.23887/jld.v2i1.455.

- [6] Hidayati AN. 2017. Investasi: Analisis dan relevansinya dengan ekonomi islam. *MALIA*. 8(2):227–242. doi:10.35891/ml.v8i2.598.
- [7] Hull JC. 2015. *Options, Futures, and Other Derivatives*. Upper Saddle River (US): Pearson Education.
- [8] Lewis CD. 1982. *Industrial and business forecasting methods: A practical guide to exponential smoothing and curve fitting*. London: Butterworth Scientific.
- [9] Ningrum AR, Seru F. 2022. Penerapan gerak brown geometrik untuk memprediksi harga saham PT. Astra International Tbk. pada masa pandemi Covid-19. *Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika*. 6(2):93–104. doi:10.26740/jram.v6n2.p93-104.
- [10] Olofsson P, Andersson M. 2012. *Probability, Statistics, and Stochastic Processes*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- [11] Saputro DT, Swanjaya D. 2023. Analisa prediksi harga saham menggunakan neural network dan net foreign flow. *Generation Journal*. 7(2):96–104. doi:10.29407/gj.v7i2.20001.
- [12] Tsaur RC. 2012. A fuzzy time series-Markov chain model with an application to forecast the exchange rate between the Taiwan and us Dollar. *International Journal Innovative Computing Information Control*. 8(7):4931–4942.
- [13] Tsay RS. 2010. *Analysis of financial time series*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- [14] Wajdi S. 2022. Pemodelan harga saham BSI dengan metode fuzzy time series Markov chain. *Jurnal Pendidikan Tambusai*. 6(1):1715–1724. doi:10.31004/jptam.v6i1.3187.
- [15] Widianoro D, Khoirawati N. 2023. Pengaruh likuiditas, profitabilitas dan solvabilitas terhadap harga saham perusahaan LQ45 yang terdaftar pada BEI periode 2018-2021. *MEA*. 7(2):168–190. doi:10.31955/mea.v7i2.2968.
- [16] Yusuf M, Yahya Y, Hamid A. 2021. Pengaruh modal minimal investasi dan return terhadap minat investasi masyarakat Kota Palembang di pasar modal. *Jurnal Neraca*. 5(1):83–90. doi:10.31851/neraca.v5i1.5889.