

# **ANALISIS MODEL MANGSA-PEMANGSA DENGAN STRUKTUR UMUR PADA MANGSA KASUS WERENG BATANG COKLAT (*NILAPARVATA LUGENS*)**

\*A. Kusnanto, P. Sianturi, N.K. Ardhana dan F. A. Maharani

Program Studi Matematika, Sekolah Sains Data, Matematika dan Informatika,  
Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor.  
[ali\\_mat@apps.ipb.ac.id](mailto:ali_mat@apps.ipb.ac.id) \*corresponding author, [psianturi@apps.ipb.ac.id](mailto:psianturi@apps.ipb.ac.id),  
[kutha@apps.ipb.ac.id](mailto:kutha@apps.ipb.ac.id), [faizah.atiqah@apps.ipb.ac.id](mailto:faizah.atiqah@apps.ipb.ac.id)

## **Abstrak**

Dalam penelitian ini dianalisis suatu model interaksi mangsa–pemangsa dengan struktur umur pada mangsa, yang dibedakan menjadi mangsa muda (nimfa wereng) dan mangsa dewasa (wereng), serta satu jenis pemangsa yaitu kepik. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji pengaruh interaksi antara mangsa muda, mangsa dewasa, dan pemangsa terhadap dinamika ketiga populasi tersebut. Metode yang digunakan dalam analisis meliputi penentuan titik ekuilibrium beserta sifat kestabilannya, serta simulasi numerik. Hasil penelitian menunjukkan adanya tiga titik ekuilibrium, dengan kestabilan yang bergantung pada nilai parameter yang digunakan. Selain itu, diperoleh bahwa peningkatan tingkat pemanenan terhadap mangsa dewasa (pemberantasan wereng dewasa) menyebabkan penurunan populasi mangsa dewasa dan populasi pemangsa. Sementara itu, peningkatan tingkat kejemuhan pemangsaan mengakibatkan peningkatan populasi mangsa muda dan mangsa dewasa, namun menurunkan populasi pemangsa.

**Kata kunci:** Kestabilan, mangsa dewasa, mangsa muda, pemangsa, titik tetap.

## **1 Pendahuluan**

Wereng batang coklat (*Nilaparvata lugens*), selanjutnya disebut wereng, merupakan salah satu hama utama tanaman padi di kawasan Asia Tenggara, termasuk Indonesia, yang setiap tahun menimbulkan kerugian ekonomi yang cukup besar. Hama ini merusak tanaman padi dengan cara mengisap cairan floem serta berperan sebagai vektor berbagai penyakit virus penyebab kerdil pada padi. Sejak tahun 1970-an, populasi wereng kerap mengalami fluktuasi yang ekstrem akibat kombinasi faktor, seperti meningkatnya resistensi terhadap insektisida, pergantian varietas padi, serta perubahan kondisi iklim mikro di lahan pertanian [7]. Ledakan populasi wereng tersebut mencerminkan kompleksitas dinamika ekologinya dan mendorong pengembangan berbagai pendekatan pemodelan matematis guna memahami mekanisme interaksi antara wereng, tanaman inang, dan musuh alaminya [3].

---

2020 Mathematics Subject Classification: 34A34,34D20, 34D23.

Diajukan: 10/12/2025, diterima: 24/12/2025. DOI: <https://doi.org/10.29244/milang.21.2.117-127>

MILANG Journal of Mathematics and Its Applications, Vol.21, No.2, pp.117-127 ISSN: 2963-5233

Salah satu musuh alami utama wereng dalam agroekosistem padi di Indonesia adalah *Cyrtorhinus lividipennis*, predator generalis dari famili *Miridae*, yang selanjutnya disebut kepik. Predator ini memangsa telur dan nimfa wereng serta berperan penting dalam pengendalian hidup alami karena mampu menekan populasi wereng pada fase awal pertumbuhan tanaman [9]. Namun demikian, efektivitas pengendalian tersebut sangat dipengaruhi oleh ketersediaan mangsa pada setiap tahap perkembangan. Oleh karena itu, kajian interaksi antara wereng dan kepik memerlukan pendekatan yang secara eksplisit mempertimbangkan struktur umur atau tahap kehidupan dari populasi mangsa.

Dalam kajian ekologi matematika, model mangsa–pemangsa klasik, seperti model Lotka–Volterra, umumnya mengasumsikan populasi mangsa bersifat homogen tanpa membedakan individu berdasarkan tahap umur. Padahal, dalam banyak sistem biologis, termasuk pada serangga hemimetabola seperti wereng, perbedaan tahap kehidupan memberikan pengaruh yang signifikan terhadap laju reproduksi, tingkat kematian, serta kerentanan terhadap predasi. Oleh sebab itu, pengembangan model mangsa–pemangsa yang memasukkan struktur umur menjadi penting untuk merepresentasikan dinamika populasi secara lebih realistik [12].

Model mangsa–pemangsa berstruktur umur umumnya membagi populasi mangsa ke dalam dua atau lebih kelas, yaitu juvenil (atau nimfa) dan dewasa. Kelas juvenil biasanya diasumsikan belum bereproduksi, tetapi mengalami proses pertumbuhan menuju tahap dewasa dengan laju maturasi tertentu, sedangkan kelas dewasa memiliki kemampuan reproduksi penuh. Dalam kasus wereng, nimfa memiliki tingkat kerentanan yang lebih tinggi terhadap predator seperti kepik, sementara wereng dewasa cenderung lebih aktif dalam reproduksi dan mobilitas, namun relatif kurang dipredasi. Pendekatan ini memungkinkan analisis yang lebih mendalam terhadap efektivitas pengendalian hidup berdasarkan tahap kehidupan mangsa yang menjadi sasaran predasi [8].

Sejumlah penelitian sebelumnya telah mengembangkan model serupa untuk sistem hama pertanian. Sebagai contoh, [6] mengusulkan model mangsa dua tahap untuk mengkaji respons fungsional predator *Harmonia axyridis* terhadap populasi kutu daun, sementara [13] meneliti dinamika sistem predator–mangsa berstruktur umur pada ekosistem perairan. Dalam konteks Indonesia, penelitian oleh [10] menunjukkan bahwa fluktuasi populasi *N. lugens* sangat dipengaruhi oleh keseimbangan antara kepadatan nimfa dan tingkat predasi oleh *C. lividipennis*, yang berperan penting dalam menunda terjadinya wabah wereng.

Dalam pengelolaan sumber daya alam, penerapan strategi pemanenan yang tepat juga merupakan faktor yang tidak dapat diabaikan. Beberapa penelitian telah mengembangkan model mangsa–pemangsa dengan pemanenan proporsional dan menunjukkan bahwa keberadaan mekanisme pengendalian dapat meningkatkan kestabilan sistem serta menjamin keberlanjutan populasi mangsa dan pemangsa [2],[5]. Selain itu, [4] mengembangkan model kontrol optimal pemanenan dengan pendekatan Michaelis–Menten pada sistem rantai makanan Lotka–Volterra yang dipengaruhi oleh efek Allee. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa strategi pemanenan yang dirancang secara bijaksana mampu menjaga keseimbangan ekosistem sekaligus meningkatkan manfaat ekonomi. Dengan demikian, pemodelan matematika yang mengintegrasikan aspek bioekonomi dapat menjadi alat yang efektif dalam perumusan kebijakan pemanenan yang berkelanjutan.

Penelitian ini bertujuan untuk memformulasikan serta menganalisis secara matematis model mangsa–pemangsa berstruktur umur pada sistem *N. lugens*–*C. lividipennis* di agroekosistem padi Indonesia. Model yang dikembangkan membedakan

populasi wereng menjadi dua kelompok, yaitu wereng muda (nimfa) dan wereng dewasa, serta memasukkan pertumbuhan logistik dan mekanisme predasi dengan respons fungsional Holling tipe II yang berbeda untuk masing-masing tahap. Pendekatan ini memungkinkan identifikasi kondisi keberlanjutan populasi, analisis kestabilan titik kesetimbangan ekologi, serta penentuan ambang invasi predator. Secara konseptual, model ini diharapkan dapat memberikan landasan teoretis bagi pengembangan strategi pengendalian hama yang berkelanjutan melalui optimalisasi peran musuh alami.

Dalam penelitian ini digunakan respons fungsional Holling tipe II, dengan asumsi bahwa pemangsa memiliki preferensi yang lebih tinggi terhadap mangsa muda dibandingkan mangsa dewasa. Respons fungsional Holling tipe II menggambarkan hubungan antara laju konsumsi pemangsa dan kepadatan mangsa, yang pada awalnya meningkat secara cepat, namun kemudian melambat akibat keterbatasan waktu penanganan mangsa oleh pemangsa. Fungsi respons ini menunjukkan bahwa dinamika populasi pemangsa tidak hanya dipengaruhi oleh kepadatan mangsa, tetapi juga oleh kepadatan pemangsa itu sendiri [14].

## 2 Teori Pendukung

Diberikan suatu sistem persamaan diferensial

$$\dot{x} = f(x), x \in \mathbb{R}^n.$$

Suatu titik  $x^*$  disebut sebagai titik tetap atau titik kritis apabila memenuhi syarat  $f(x^*) = 0$ . Menurut [11], untuk menganalisis kestabilan sistem persamaan diferensial tak linear, sistem tersebut perlu dipelinearkan di sekitar titik tetap, sehingga diperoleh sistem persamaan diferensial linear

$$\dot{x} = Ax, x \in \mathbb{R}^n,$$

dengan  $A_{n \times n}$  merupakan matriks Jacobi dari fungsi  $f(x)$ .

Berdasarkan [1], suatu vektor tak nol  $x \in \mathbb{R}^n$  disebut vektor eigen dari matriks  $A$  apabila terdapat suatu skalar  $\lambda$  sehingga berlaku  $Ax = \lambda x$ . Skalar  $\lambda$  tersebut dinamakan nilai eigen dari matriks  $A$ , sedangkan  $x$  disebut sebagai vektor eigen yang bersesuaian dengan  $\lambda$ . Nilai eigen matriks  $A$  dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan  $\det(A - \lambda I) = 0$ , yang dikenal sebagai persamaan karakteristik matriks  $A$ .

Menurut [11], kestabilan suatu titik tetap dapat ditentukan dengan menelaah nilai-nilai eigen  $\lambda_i$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ , dari matriks Jacobi  $A$  yang diperoleh melalui persamaan karakteristik. Secara umum, sifat kestabilan titik tetap dapat diklasifikasikan sebagai berikut. Titik tetap dikatakan stabil apabila semua nilai eigen real bernilai negatif ( $\lambda_i < 0$  untuk setiap  $i$ ) dan semua nilai eigen kompleks memiliki bagian real yang tidak positif ( $\operatorname{Re}(\lambda_i) \leq 0$ ). Sebaliknya, titik tetap bersifat tak stabil apabila terdapat nilai eigen real yang positif ( $\lambda_i > 0$  untuk suatu  $i$ ) atau terdapat nilai eigen kompleks dengan bagian real positif ( $\operatorname{Re}(\lambda_i) > 0$  untuk suatu  $i$ ). Titik tetap disebut sebagai titik sadel apabila terdapat dua nilai eigen real yang hasil kalinya bernilai negatif, yang menunjukkan bahwa titik sadel selalu bersifat tak stabil.

Selanjutnya, menurut [3], kriteria Routh–Hurwitz dapat digunakan untuk menentukan kestabilan sistem persamaan diferensial di sekitar titik tetap, khususnya dalam kasus ketika nilai eigen tidak dapat diperoleh secara eksplisit. Jika persamaan karakteristik dari matriks Jacobi  $A_{3 \times 3}$  berbentuk

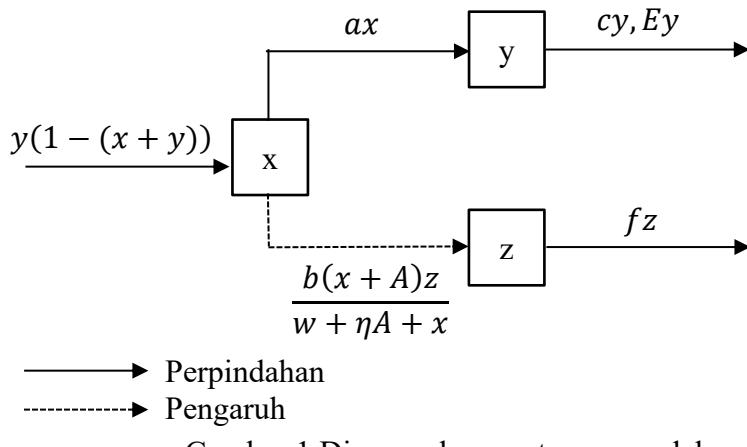
$$\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0,$$

maka titik tetap  $x^*$  dinyatakan stabil apabila memenuhi syarat  $a_1 > 0$ ,  $a_2 > 0$ ,  $a_3 > 0$ , serta  $a_1a_2 > a_3$ .

### 3 Formulasi Model

Dalam model ini, kompartemen  $x$  merupakan kompartemen mangsa muda (telur, nimfla, wereng muda), kompartemen  $y$  merupakan kompartemen mangsa tua (wereng dewasa), dan kompartemen  $z$  merupakan kompartemen pemangsa (kepik). Mangsa muda bertambah dari hasil reproduksi mangsa dewasa, kemudian berkurang karena menjadi mangsa dewasa. Populasi mangsa dewasa bertambah karena pematangan mangsa muda, kemudian berkurang karena kematian alami dan pemanenan. Pemangsa bertambah karena memangsa mangsa muda, kemudian berkurang karena kematian alami.

Diagram kompartemennya seperti Gamar 1 berikut.



Gambar 1 Diagram kompartemen model

Pada Gambar 1, diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y(1 - (x + y)) - ax - \frac{xz}{w + \eta A + x}, \\ \frac{dy}{dt} &= ax - cy - Ey, \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{b(x + A)z}{w + \eta A + x} - fz.\end{aligned}$$

Keterangan atau deskripsi parameter dijelaskan pada Tabel 1.

Tabel 1 Variabel dan parameter yang dipakai

Peubah	Penjelasan	Parameter	Keterangan
$x$	populasi mangsa muda	$a$	proporsi mangsa muda menjadi mangsa dewasa
$y$	populasi mangsa dewasa	$b$	konversi energi peristiwa pemangsaan
$z$	populasi pemangsa	$c$	laju kematian alami mangsa dewasa
		$f$	laju kematian alami pemangsa
		$A$	angka pertumbuhan pemangsa
		$w$	tingkat kejemuhan predasi/pemangsaan
		$\eta$	kualitas pertumbuhan pemangsa
		$E$	faktor pemanenan mangsa dewasa

Semua nilai parameter dalam Tabel 1 diasumsikan bernilai positif.

## 4 Hasil Pembahasan

### Penentuan Titik Tetap

Titik tetap sistem persamaan adalah  $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0, \frac{dz}{dt} = 0$ , sehingga diperoleh tiga titik tetap yaitu:

$$T_0 = (0,0,0), T_1 = (X_1^*, Y_1^*, 0), \text{ dan } T_2 = (X_2^*, Y_2^*, Z_2^*) \text{ dengan}$$

$$X_1^* = -\frac{(-1+c+E)(c+E)}{a+c+E}, Y_1^* = -\frac{a(-1+c+E)}{a+c+E}, X_2^* = \frac{-Ab+fw+Af\eta}{b-f}, Y_2^* = \frac{a(-Ab+fw+Af\eta)}{(c+E)(b-f)},$$

serta

$$Z_2^* = -\frac{1}{(c+E)^2(b-f)^2} ab (w + A(-1 + \eta)) (a(-Ab + fw + Af\eta) + (c + E)(b(-1 - A + c + E) + f(1 - c - E + w + A\eta))).$$

Misalkan  $F = \frac{dx}{dt}, G = \frac{dy}{dt}, H = \frac{dz}{dt}$ , diperoleh matriks Jacobi

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial y} & \frac{\partial G}{\partial z} \\ \frac{\partial H}{\partial x} & \frac{\partial H}{\partial y} & \frac{\partial H}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & 0 \\ J_{31} & 0 & J_{33} \end{pmatrix}$$

dengan

$$J_{11} = -y - a - \frac{z(w + \eta A)}{(w + \eta A + x)^2}, J_{12} = 1 - x - 2y, J_{13} = -\frac{x}{w + \eta A + x},$$

$$J_{21} = a, J_{22} = -c - E, J_{31} = \frac{bz(w + \eta A - A)}{(w + \eta A + x)^2}, J_{33} = \frac{b(x + A)}{(w + \eta A + x)} - f.$$

### Analisis Kestabilan

**Lemma 1.** Titik  $T_0 = (0,0,0)$  bersifat stabil jika  $\frac{bA}{w+\eta A} < f$  dan  $c + E > 1$ .

Bukti:

Matriks Jacobi yang dievaluasi pada titik tetap  $T_0 = (0,0,0)$  adalah sebagai berikut.

$$J_0 = \begin{pmatrix} -a & 1 & 0 \\ a & -c - E & 0 \\ 0 & 0 & \frac{bA}{w+\eta A} - f \end{pmatrix}$$

Kestabilan dapat diketahui melalui nilai eigen yang diperoleh dari penyelesaian persamaan karakteristik  $|J_0 - \lambda I| = 0$ , sehingga diperoleh nilai eigen sebagai berikut.

$$\lambda_1 = \frac{bA}{w+\eta A} - f$$

$$\lambda_{2,3} = \frac{-(a+c+E) \pm \sqrt{(a+c+E)^2 - 4a(c+E-1)}}{2}.$$

Karena diasumsikan semua parameter bernilai positif maka  $\lambda_3 < 0$ , sedangkan untuk nilai  $\lambda_1 < 0$  jika  $\frac{bA}{w+\eta A} < f$  dan nilai  $\lambda_2 < 0$  jika  $c + E > 1$ , sehingga titik tetap  $T_0 = (0,0,0)$  bersifat stabil jika memenuhi ini, selainnya bersifat tak stabil.

**Lemma 2.** Titik tetap  $T_1 = (X_1^*, Y_1^*, 0)$  bersifat stabil jika  $\frac{b(x+A)}{(w+\eta A+x)} < f$  dan  $(y+a)(c+E) - a(1-x-2y) > 0$ .

Bukti:

Matriks Jacobi yang dievaluasi pada titik tetap  $T_1 = (X_1^*, Y_1^*, 0)$  adalah sebagai berikut

$$J_1 = \begin{pmatrix} -y - a & 1 - x - 2y & -\frac{x}{w+\eta A+x} \\ a & -c - E & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b(x+A)}{(w+\eta A+x)} - f \end{pmatrix}.$$

Kestabilan dapat diketahui melalui nilai eigen yang diperoleh dari penyelesaian persamaan karakteristik  $|J_1 - \lambda I| = 0$ ,

$\lambda^2 + (a + c + E + y)\lambda + (yc + yE + ac + aE - a + ax + 2ay) = 0$   
sehingga diperoleh nilai eigen.

$$\lambda_1 = \frac{b(x+A)}{(w+\eta A+x)} - f$$

$$\lambda_{2,3} = \frac{-(a + c + E + y) \pm \sqrt{(a + c + E + y)^2 - 4(a(c + E + x + 2y - 1) + y(c + E))}}{2}.$$

Titik tetap  $T_1 = (X_1^*, Y_1^*, 0)$  bersifat stabil jika

1.  $\lambda_1 < 0$  ketika  $\frac{b(x+A)}{(w+\eta A+x)} < f$ .
2.  $\lambda_{2,3} < 0$ . Menurut kriteria Routh-Hurwitz, syarat ini terpenuhi jika semua koefisien dari persamaan karakteristiknya positif. Karena semua parameter sudah diasumsikan semuanya positif, maka syarat penentunya adalah suku konstannya juga harus positif:

$$(y + a)(c + E) - a(1 - x - 2y) > 0.$$

Jadi titik  $T_1$  bersifat stabil jika kedua syarat terpenuhi. Jika salah satu syarat tidak terpenuhi, bersifat tidak stabil.

## 5 Simulasi Numerik

Dalam simulasi numerik ini, nilai parameter yang bernilai tetap untuk simulasi  $a = 0.3$ ,  $b = 0.22$ ,  $c = 0.1$ ,  $f = 0.15$ , dan  $A = 0.03$  dengan nilai awal mangsa-pemangsa yaitu adalah  $x = 0.6$ ,  $y = 0.7$  dan  $z = 0.3$ . Selanjutnya, parameter yang diamati perubahannya adalah nilai  $E$ ,  $w$  dan  $\eta$ . Nilai parameter untuk setiap simulasi disajikan pada Tabel 2, 3, dan 4.

Tabel 2 Simulasi 1: Perubahan nilai parameter  $E$

Simulasi	$E$	$w$	$\eta$
1.1	0.13	0.09	0.05
1.2	0.26	0.09	0.05
1.3	0.52	0.09	0.05

Tabel 3 Simulasi 2: Perubahan nilai parameter  $w$

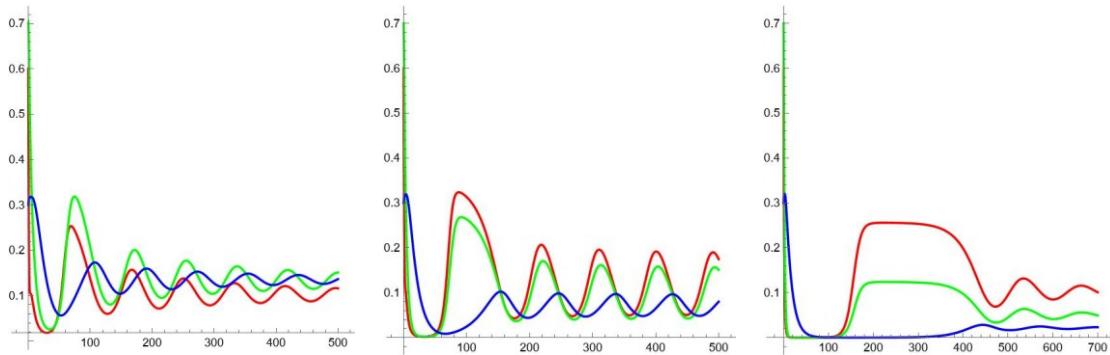
Simulasi	$E$	$w$	$\eta$
2.1	0.05	0.06	0.05
2.2	0.05	0.12	0.05
2.3	0.05	0.24	0.05

Tabel 4 Simulasi 3: Perubahan nilai parameter  $\eta$

Simulasi	$E$	$w$	$\eta$
3.1	0.05	0.09	0.18
3.2	0.05	0.09	0.36
3.3	0.05	0.09	0.72

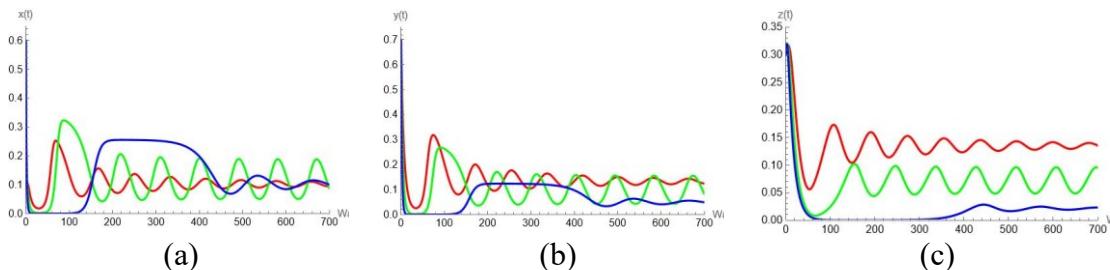
### Dinamika Populasi Simulasi 1

Ketika  $E = 0.13$ , titik tetap yang stabil  $T_2 (0.10, 0.13, 0.13)$ . Jika nilai  $E$  dinaikkan menjadi  $E = 0.26$ , titik tetap stabil  $T_2 (0.10, 0.08, 0.07)$  dan ketika  $E = 0.56$ , titik tetap stabil  $T_2 (0.10, 0.05, 0.02)$ . Hasil simulasi dapat dilihat pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2 Dinamika populasi mangsa muda, mangsa dewasa, dan pemangsa dengan nilai  $E = 0.13; 0.26; 0.52$

Selanjutnya dilakukan perbandingan untuk melihat dinamika populasi mangsa muda, mangsa dewasa, dan pemangsa saat dilakukan perubahan nilai pada  $E$ , sehingga diperoleh dinamika populasi yang ditunjukkan pada Gambar 3.

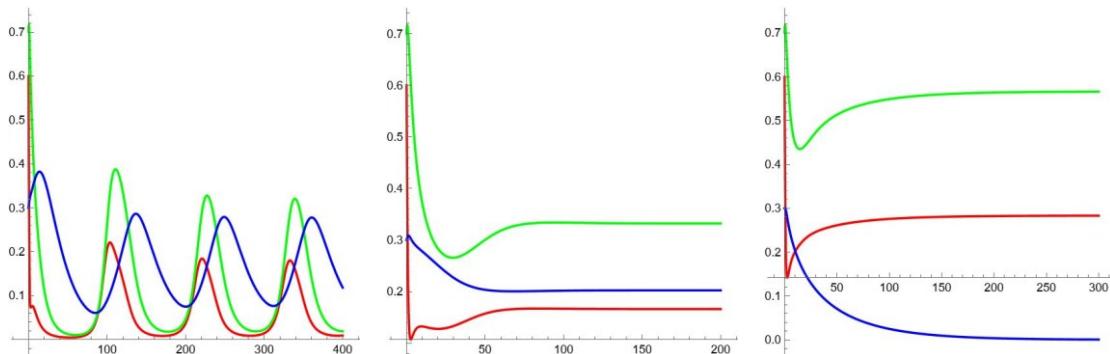


Gambar 3 Perbandingan bidang solusi perubahan nilai  $E$  pada populasi mangsa muda (a), populasi mangsa dewasa (b) dan populasi pemangsa (c)

Berdasarkan Gambar 3, peningkatan faktor pemanenan secara langsung menyebabkan populasi mangsa dewasa menurun karena mangsa dewasa adalah target utama dalam pemanenan. Penurunan jumlah mangsa dewasa ini mengakibatkan laju kelahiran mangsa muda menurun. Karena mangsa muda adalah sumber makanan bagi pemangsa, berkurangnya mangsa muda menyebabkan populasi pemangsa juga ikut menurun. Sementara itu, populasi mangsa muda cenderung tidak terlalu berpengaruh secara signifikan karena mengalami dua hal yang saling menyeimbangkan, yaitu penurunan laju kelahiran akibat sedikitnya mangsa dewasa diimbangi oleh penurunan laju kematian akibat berkurangnya jumlah pemangsa.

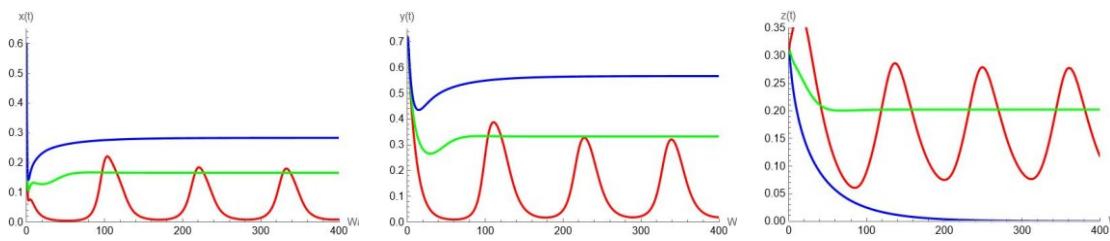
### Dinamika Populasi Simulasi 2

Ketika  $w = 0.06$ , titik tetap yang stabil  $T_2 (0.04, 0.08, 0.15)$ . Jika nilai  $w$  dinaikkan menjadi  $w = 0.12$ , titik tetap yang stabil  $T_2 (0.17, 0.33, 0.20)$  dan ketika  $w = 0.24$ , titik tetap stabil adalah  $T_1 (0.28, 0.57, 0)$ . Hasil simulasi dapat dilihat pada Gambar 4 berikut.



Gambar 4 Simulasi populasi mangsa muda, mangsa dewasa, dan pemangsa dengan nilai  $w = 0.06; 0.12; 0.24$

Selanjutnya dilakukan perbandingan untuk melihat dinamika populasi mangsa muda, mangsa dewasa, dan pemangsa saat dilakukan perubahan nilai pada  $w$ , sehingga diperoleh dinamika populasi yang ditunjukkan pada Gambar 5.

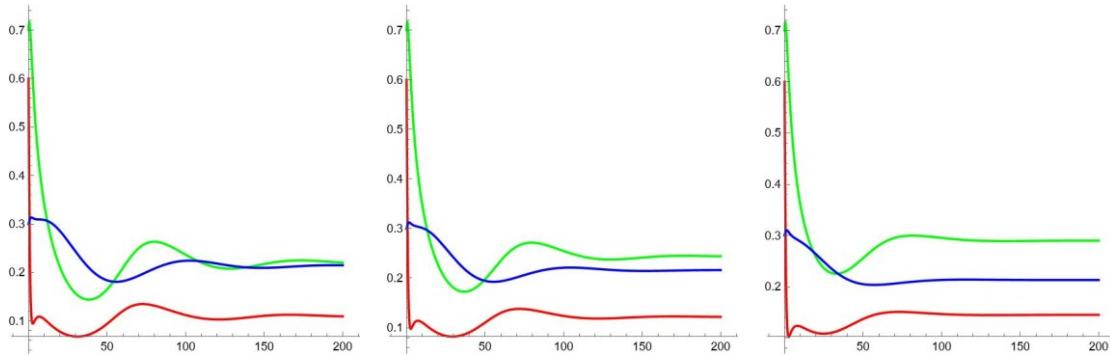


Gambar 5 Bidang solusi perubahan nilai  $w$  pada populasi mangsa muda (a), populasi mangsa dewasa (b) dan populasi pemangsa (c)

Berdasarkan Gambar 5, ketika nilai  $w$  semakin besar, efisiensi pemangsa untuk menangkap mangsa menjadi lebih rendah. Hal ini secara langsung memperlambat laju pertumbuhan populasi pemangsa sehingga populasi pemangsa akan cenderung menurun karena kesulitan mendapatkan makanan. Akibatnya tekanan predasi terhadap mangsa muda menjadi berkurang, sehingga populasi mangsa muda akan meningkat. Peningkatan jumlah mangsa muda ini akan menyebabkan lebih banyak yang tumbuh menjadi dewasa, yang pada akhirnya membuat populasi mangsa dewasa juga ikut meningkat.

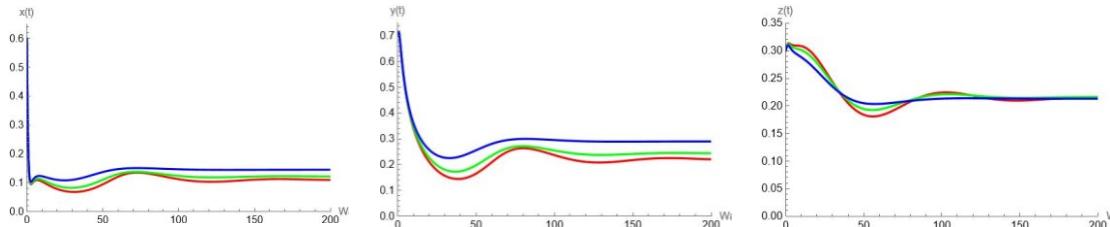
### Dinamika Populasi Simulasi 3

Ketika  $\eta = 0.18$ , titik tetap yang stabil  $T_2 (0.11, 0.22, 0.21)$ . Jika nilai  $\eta$  dinaikkan menjadi  $\eta = 0.36$ , titik tetap yang stabil  $T_2 (0.12, 0.24, 0.22)$  dan ketika  $\eta = 0.72$ , titik tetap yang stabil adalah  $T_2 (0.14, 0.29, 0.21)$ . Simulasinya dapat dilihat pada Gambar 6 berikut.



Gambar 6 Dinamika populasi mangsa muda, mangsa dewasa, dan pemangsa dengan nilai  $\eta = 0.18; 0.36; 0.72$

Selanjutnya dilakukan perbandingan untuk melihat dinamika populasi mangsa muda, mangsa dewasa, dan pemangsa saat dilakukan perubahan nilai pada  $\eta$ , sehingga diperoleh dinamika populasi yang ditunjukkan pada Gambar 7.



Gambar 7 Perbandingan bidang solusi perubahan nilai  $\eta$  pada populasi mangsa muda (a), populasi mangsa dewasa (b) dan populasi pemangsa (c)

Berdasarkan Gambar 7, ketika nilai  $\eta$  semakin besar, pemangsa menjadi kurang efektif yang menyebabkan populasi pemangsa cenderung menurun. Dengan berkurangnya tekanan predasi, populasi mangsa muda dan mangsa dewasa akan cenderung meningkat. Akan tetapi, perbedaan ketiga populasi tidak terlalu signifikan karena pengaruh  $\eta$  dapat diremdam oleh nilai parameter lain yang lebih dominan.

## 6 Simpulan

Penelitian ini menganalisis model interaksi antara mangsa muda, mangsa dewasa, dan pemangsa, serta menemukan dua titik tetap dengan kestabilan yang bergantung pada parameter sistem. Titik tetap pertama bersifat sadel, sedangkan titik tetap kedua dapat stabil pada kondisi tertentu. Hasil analisis menunjukkan bahwa peningkatan tingkat pemanenan menurunkan populasi mangsa dewasa dan pemangsa, sementara peningkatan tingkat kejemuhan pemangsaan meningkatkan populasi mangsa muda dan dewasa, namun menurunkan populasi pemangsa.

## Daftar Pustaka

- [1] Anton H dan Rorres C. 2013. *Elementary Linear Algebra 11th Edition: Applications Version*. New York (US): Wiley.
- [2] Bakhtiar T, Fitri IR, Hanum F, Kusnanto A. Mathematical model of pest control using different release rates of sterile insects and natural enemies. *Mathematics* **2022**, *10*, 883. <https://doi.org/10.3390/math10060883>

- [3] Edelstein-Keshet L. 2005. *Mathematical Model in Biology*. O'Malley Jr. RE, editor. New York (US): SIAM.
- [4] Fathoni A, Huda M. 2024. Model kontrol optimal pemanenan pada sistem predator-mangsa dengan efek Allee. *Jurnal Matematika Terapan*. 18(2): 101-115.
- [5] Fitri IR, Hanum F, Kusnanto A, Bakhtiar T. Optimal pest control strategies with cost-effectiveness analysis, *The Scientific World Journal*, vol. 2021, Article ID 6630193, 17 pages, 2021. <https://doi.org/10.1155/2021/6630193>
- [6] Li, C.; Yu, J.; Mao, R.; Kang, K.; Xu, L.; Wu, M. Functional and numerical responses of *harmonia axyridis* (Coleoptera: Coccinellidae) to *rhopalosiphum nymphaeae* (Hemiptera: Aphididae) and Their Potential for Biological Control. *Insects* 2024, 15, 633. <https://doi.org/10.3390/insects15090633>
- [7] Matsumura M, Sanada-Morimura S. 2010. Recent status insecticide resistance in asian rice planthoppers. *JARQ* 44 (3), 225-230. <http://jircasaffrc.go.jp>
- [8] Pilianto J, Mudjiono G, Hadi MS. 2021. Strategi pengelolaan hama nilaparvata lugens dan populasi musuh alaminya. *Jurnal HPT* 9(4):233–243. <https://jurnalhpt.ub.ac.id/index.php/jhpt/article/view/335>
- [9] Rahman A, Syahrawati A. 2020. Dinamika populasi wereng batang coklat pada ekosistem padi sawah. *Jurnal Perlindungan Tanaman Indonesia*, 24(2), 145–152.
- [10] Sawada H, Subroto SWG, Suwardiwijaya E, Mustaghfirin, Kusmayadi A. 1992. Population Dynamics of the Brown Planthopper in the Coastal Lowland of West Java Indonesia. *JARW* 26, 88-97.
- [11] Strogatz SH. 2018. *Nonlinear Dynamics and Chaos, with Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Florida (US): CRC Press.
- [12] Syahrawati A, Dewi R. 2023. Evaluasi predator alami *Cyrtorhinus lividipennis* pada pengendalian wereng batang coklat. *Prosiding Seminar Nasional Pertanian IPB*.
- [13] Wang L, Dai C, Zhao M. 2021. Hopf bifurcation in age structured orey-predator model with Holling III response function. *Mathematical Biosciences and Engineering*. Volume 18 issue 4: 3144-3159. doi:10.3934/mbe.2021156
- [14] Yadav U, Nayak AK, Gakkhar S. 2024. Mathematical scrutiny of singular predator-prey model with stage-structure of prey. *Acta Applicandae Mathematicae*. 189(3).