Forum Statistika dan Komputasi, April 2005, p: 32 - 37
ISSN : 0853-8115 Vol. 10 No. 1

PERBANDINGAN BEBERAPA METODE OPTIMASI *DUAL RESPONSE SURFACE* UNTUK MENGHASILKAN PRODUK YANG *ROBUST* SERTA PENGEMBANGANNYA UNTUK MENANGANI KASUS OPTIMASI *MULTIPLE RESPONSE SURFACES*

Sony Sunaryo

Jurusan Statistika, FMIPA ITS

Abstrak

Produk yang *robust* (kokoh) menurut filosofi Taguchi adalah produk yang nilai rata-rata karakteristiknya pada target yang diinginkan dengan variasi kecil. Taguchi memperkenalkan suatu ukuran yang disebut ***Signal-to-noise ratio*** yang mencerminkan ukuran perbandingan antara besar ***signal*** (yang dapat diteliti atau dapat dideteksi) dengan besar ***noise*** (yang biasanya tidak terdeteksi atau dapat dideteksi dengan biaya yang mahal) yang mempengaruhi hasil nilai respon (yang dalam hal ini adalah nilai karakteristik kualitas yang diteliti). Makalah ini akan menunjukkan beberapa metode yang menggabungkan filosofi Taguchi dengan metode *respons surface* tanpa melalui analisis terhadap ***Signal-to-noise ratio*** tetapi lewat optimasi ***Dual Response Surface***, serta melihat perbandingannya antar metode dan pengembangannya kedalam kasus optimasi multiple *response surfaces*.

Kata kunci : Produk *Robust*, *Dual Response Surface*, *multiple response surfaces*

PENDAHULUAN

Produk yang *robust* (kokoh) menurut filosofi Taguchi adalah produk yang nilai rata-rata karakteristiknya pada target yang diinginkan dengan variasi kecil. Kepuasan pelanggan yang optimum akan diperoleh dengan pembuatan produk yang nilai-nilai karakteristiknya konsisten dalam nilai target. Oleh karena itu menurut filosofi Taguchi dalam rekayasa kualitas perlu dicari desain dan analisis yang meminimumkan variasi disekitar nilai target, yang berarti produk tersebut *robust*. Untuk memperoleh produk yang *robust* dalam menganalisa data, Taguchi memperkenalkan suatu ukuran yang disebut ***Signal-to-noise ratio*** yang mencerminkan ukuran perbandingan antara besar ***signal*** (yang dapat diteliti atau dapat dideteksi) dengan besar ***noise*** (yang biasanya tidak terdeteksi atau dapat dideteksi dengan biaya yang mahal) yang mempengaruhi hasil nilai respon (yang dalam hal ini adalah nilai karakteristik kualitas yang diteliti). ***Signal-to-noise ratio*** yang besar diharapkan mencerminkan pengaruh faktor *noise* yang kecil sehingga nilai respon adalah robust terhadap faktor-faktor yang tidak dapat dikontrol. Sehingga harus dicari setting faktor faktor yang dapat dikontrol dalam percobaan atau proses produksi yang memaksimumkan ***Signal-to-noise ratio*** ini.

Sampai saat ini banyak para statistikawan yang ternyata kurang setuju dengan kebenaran analisis terhadap ***Signal-to-noise ratio*** ini, yaitu ternyata ukuran ***Signal-to-noise ratio*** ini tidak dapat bebas dari rata-rata respon, seperti yang diharapkan oleh Taguchi. Sehingga dikembangkan penggunaan metode *response surface* untuk optimasi yang dapat mencakup filosofi Taguchi untuk menghasilkan produk yang *robust*. Dalam paper ini akan ditunjukkan beberapa metode yang menggabungkan filosofi Taguchi dengan metode *respons surface* tanpa melalui analisis terhadap ***Signal-to-noise ratio*** tetapi lewat optimasi ***Dual Response Surface***, serta melihat perbandingannya antar metode dan pengembangannya kedalam kasus optimasi multiple response surface.

Signal-to-noise ratio dari Taguchi

Untuk memperoleh produk yang variabilitasnya kecil, eksperimen perlu dilakukan pengulangan sedikitnya dua kali, dengan tujuan agar keragamannya dapat dihitung. Taguchi merekomendasikan ukuran ***Signal-to-noise ratio*** yang tergantung pada permasalahannya (respon yang diinginkan), yaitu :

1) ***Makin kecil makin baik (Smaller-the-better).***

Pada situasi ini respon idealnya adalah nol, besarnya ***Signal-to-noise ratio*** adalah :

η = -10 Log_{10} [*Mean of Sum of Squares of measured data*]

$$\eta = -10 \text{ Log}_{10} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i^2 \right],$$

dimana n adalah jumlah ulangan pada tiap tiap runs percobaan.

Contoh : percobaan dengan respon adalah jumlah cacat, keausan dan lain-lain.

2) ***Makin besarl makin baik (larger-the-better).***

Pada situasi ini respon idealnya adalah tak terhingga, besarnya ***Signal-to-noise ratio*** adalah :

η = -10 Log_{10} [*Mean of Sum of Squares of reciprocal measured data*]

$$= -10\ \text{Log}_{10}\ [\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1/y_i^2\ ]$$

dimana n adalah jumlah ulangan pada tiap tiap runs percobaan.

Kasus ini dapat dipandang sebagai kasus khusus dari situasi *smaller-the-better* yaitu responnya dibuat sebagai kebalikannya sehingga respon idealnya menjadi nol.

Contoh : percobaan dengan respon daya tahan hidup sebuah lampu.

3) ***Terbaik pada nilai nominal (Nominal is the best)***

Pada situasi ini respon idealnya adalah nilai target tertentu, besarnya ***Signal-to-noise ratio*** adalah :

$$\eta = 10\ \text{Log}_{10}\ [\frac{Square\ of\ mean}{Variance}]$$

$$= 10\ \text{Log}_{10} \left[\frac{\bar{y}^2}{s^2}\right]$$

dimana n adalah jumlah ulangan pada tiap tiap runs percobaan.

Contoh : Pada percobaan menentukan voltase baterai 1,5 V.

Optimasi dengan *Dual Response Surface* (DRS)

Prosedur optimasi *dual response surface* dikenalkan oleh Myers & Carter (1973) yang kemudian diperbaiki oleh Vining & Myers (1990). Pada prosedur ini melakukan optimasi terhadap respon primer dengan kendala pendekatan respon skunder, dengan menggunakan metode pengali Lagrange untuk menyelesaikannya. Hal ini dapat dituliskan modelnya sebagai berikut :

$$\underset{X}{\text{Min (Max)}}\ Y_{primer}$$

$$\text{Kendala : } Y_{skunder} = \varepsilon$$

Dimana ε adalah nilai spesifik.

Penggabungan filosofi Taguchi dengan metode dual *response surface* ini dikenalkan oleh Vining & Myers (1990), yang pertama tama dibuat model empirik lewat *response surface* metodologi untuk mean dan simpangan baku, kemudian dari model-model *response surface* yang diperoleh dilakukan optimasi secara simultan pada daerah tertentu dari x yang *interest* ($X\in\Omega$). Model order 2 untuk *mean* dan simpangan baku adalah :

$$\hat{y}_{\mu} = a_0 + \sum_{i=1}^{k} a_i\ x_i + \sum_{i=1}^{k} a_{ii}\ x_i^{\ 2} + \sum_{i<j}^{k}\sum a_{i\ j}\ x_i\ x_j$$

$$\hat{y}_{\sigma} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i\ x_i + \sum_{i=1}^{k} b_{ii}\ x_i^{\ 2} + \sum_{i<j}^{k}\sum b_{i\ j}\ x_i\ x_j$$

Del Castillo & Montgomery (1993) menggunakan algoritma ***Generalized Reduced Gradient*** (GRG) untuk mencari solusi dari dual response surface, yang tersedia pada beberapa paket *software* seperti ***Solver Microsoft Excel***.

Menurut Lin dan Tiu (1995) optimasi berdasarkan penggunaan pengali lagrange mungkin tidak realistik, sehingga mereka menyarankan untuk meminimumkan *Mean Square Error*, yaitu dalam bentuk :

$$\underset{X}{\text{Min MSE}} = (\hat{y}_{\mu} - T)^2 + \hat{y}_{\sigma}$$

Dimana T adalah nilai target respon yang diinginkan.

Copeland & Nelson (1996) mengkritik bahwa metode dari Lin & Tiu tersebut tidak memberi batasan sampai sejauh mana nilai $\hat{y}_{\mu}$ berbeda dari nilai target T. Sehingga mereka menyarankan khusus untuk situasi "***nominal-the-best***" disarankan untuk meminimumkan $\hat{y}_{\mu} + \varepsilon$, dimana :

$$\varepsilon = (\hat{y}_{\mu} - T)^2 \quad \text{jika } (\hat{y}_{\mu} - T)^2 > \Delta^2$$

$$= 0 \quad \text{jika } (\hat{y}_{\mu} - T)^2 < \Delta^2$$

dimana Δ adalah angka spesifik tertentu yang diinginkan.

Ames *et al*. (1997) menggunakan model *Quality Loss Functions* (QLP) untuk optimasi *multiple response surfaces* secara simultan, yang dapat juga diterapkan dalam *dual response surface*, modelnya adalah :

$$\text{Min QLP} = \sum_{i=1}^{m} \{\omega_i\ (\hat{y}_i - T_i)^2\}$$

Dimana $\hat{y}_i$ dan T_i adalah dugaan respons dan nilai target untuk kriteria karakteristik kualitas ke-i.

Ide terbaru dari Tang & Xu (2002) dari Universitas Nasional Singapura membuat suatu prosedur atau skema optimasi yang dapat mencakup optimasi-optimasi metode sebelumnya dalam *dual response surface*, dan menggunakan *Goal Programing* untuk merumuskan dan meyelesaikannya. Bentuk modelnya adalah :

Minimumkan : $\delta_{\mu}^{2} + \delta_{\sigma}^{2}$

Kendala : $\hat{y}_{\mu}(\mathbf{x}) - \omega_{\mu}\ \delta_{\mu} = T_{\mu}^{*}$

$\hat{y}_{\sigma}(\mathbf{x}) - \omega_{\sigma}\ \delta_{\sigma} = T_{\sigma}^{*}$

Forum Statistika dan Komputasi, April 2005, p: 32 - 37
ISSN : 0853-8115 Vol. 10 No. 1

dan masing-masing $\mathbf{x'x} \le r^2$ atau

$\mathbf{x_l} \le \mathbf{x} \le \mathbf{x_u}$

δ_μ dan δ_σ adalah variabel-variabel *deviance* yang berupa skalar yang dapat bernilai + atau -, yang masing-masing menyatakan simpangan dari $\hat{y}_\mu$ dan $\hat{y}_\sigma$,sedangkan ω_μ dan ω_σ (≥ 0) adalah pembobot yang dapat didefinisikan oleh peneliti. $T^* = \{ T_\mu^*, T_\sigma^*)$ adalah nilai ideal *mean* respon dan simpangan baku respon yang berhubungan dengan

$\hat{y}$ (**x**) = { $\hat{y}_\mu$ (**x**), $\hat{y}_\sigma$ (**x**) } yang biasanya bentuknya kuadratik. Variabel **x** $=[x_1, \ldots, x_a]'$ adalah kumpulan dari faktor-faktor kontrol yaitu faktor-faktor yang diteliti dan dapat dikontrol dalam kenyataannya. Bentuk ruang solusi (***solution space***) dari faktor-faktor yang dapat dikontrol tersebut dapat dibuat *interest* pada daerah bola (***spherical***) dengan jari-jari r atau dalam ruang *rectanguler*.

Dalam tulisannya Tang & Xu (2002) telah menunjukkan secara matematis bahwa beberapa metode *dual response surface* sebelumnya tercakup dalam model yang mereka gunakan, sebagai misal :

- Formula dari Lin & Tiu (1995) adalah kasus untuk $\omega_\mu = \omega_\sigma = 1$ dan $T_\sigma^* = 0$.
- Formula Vining & Myers (1990) serta De Castillo & Montgomery (1993) adalah kasus untuk $\omega_\mu = 0$, $\omega_\sigma = 1$ dan $T_\sigma^* = 0$ (Untuk situasi respon **Nominal-the-best**), untuk situasi **Larger-the-better** maka identik dengan $\omega_\mu = 1$, $\omega_\sigma = 0$ dan $T_\mu^* = T_\mu^{max}$. Sedangkan untuk situasi **Smaller-the-better** identik dengan kasus $\omega_\mu = 1$, $\omega_\sigma = 0$ dan $T_\mu^* = T_\mu^{min}$.
- Formula Min QLP dari Ames *et al* (1997). Konstrain ditulis sebagai berikut

  $\delta_\mu = \{(\hat{y}_\mu - T_\mu^*) / \omega_\mu\}$ dan

  $\delta_\sigma = \{(\hat{y}_\sigma - T_\sigma^*) / \omega_\sigma\}$,

  dimana nilai $\omega_\mu, \omega_\sigma \neq 0$

Untuk menghitung dan menilai efek dari bobot-bobot ω_μ dan ω_σ pada solusi akhir, maka digunakan *analisis sensitivitas* dengan mengambil kombinasi konveks $\omega_\mu + \omega_\sigma = 1$ ($\omega_\mu > 0$ dan $\omega_\sigma > 0$). Sedangkan untuk mencari optimasinya mereka menghitung untuk kombinasi $(\omega_\mu, \omega_\sigma) = (1/T_\mu^*, 1/T_\sigma^*)$; (1,1) dan (T_μ^*, T_σ^*) .

CONTOH ANALISIS

Data yang dianalisis dalam contoh ini adalah data dari bukunya Box & Draper (1987).Tujuan eksperimen adalah menganalisis efek dari peubah *speed*, *pressure* dan *distance* pada respon yang berupa perlakuan mesin printer berwarna dengan tinta merek tertentu. Eksperimen menggunakan desain 3^3 dengan ulangan 3 kali, sehingga total ada 81 *runs* percobaan. Berdasarkan analisis dari Vining & Myers (1990) diperoleh persamaan response untuk mean dan simpangan baku adalah :

$\hat{y}_\mu = 327{,}6 + 177\, x_1 + 109{,}4\, x_2 + 131{,}5\, x_3 + 32\, x_1^2$
$- 22{,}4\, x_2^2 - 29{,}1\, x_3^2 + 66\, x_1 x_2 + 75{,}5\, x_1 x_3 + 43{,}6\, x_2 x_3$

$\hat{y}_\sigma$ = 34,9 + 11,5 x1 + 15,3 x2 + 29,2 x3 + 4,2 x12
- 1,3 x22 + 16,8 x32 + 7,7 x1 x2 + 5,1 x1 x3
+ 14,1 x2 x3

Dengan nilai target *mean* dan simpangan baku adalah 500 dan 40 (berarti kasus **nominal-the-best**). Metode analisis yang dibandingkan dalam makalah ini adalah metode dari Vining & Myers (VM), metode dari Lin & Tiu (LT) dan metode dari Tang & Xu.

Analisis *Dual respons surface* dengan metode dari Vining & Myers , model :

Min $\hat{y}_\sigma$

Kendala : $\hat{y}_\mu = T_\mu^*$

Akan menjadi :

Min : $34{,}9 + 11{,}5\, x_1 + 15{,}3\, x_2 + 29{,}2\, x_3 + 4{,}2\, x_1^2 - 1{,}3\, x_2^2 + 16{,}8\, x_3^2 + 7{,}7\, x_1 x_2 + 5{,}1\, x_1 x_3 + 14{,}1\, x_2 x_3$

Kendala :

$327{,}6 + 177\, x_1 + 109{,}4\, x_2 + 131{,}5\, x_3 + 32\, x_1^2 - 22{,}4\, x_2^2 - 29{,}1\, x_3^2 + 66\, x_1 x_2 + 75{,}5\, x_1 x_3 + 43{,}6\, x_2 x_3 = 500$

Dengan menambah kendala **x'x** ≤ 3 dan menyelesaikannya dengan metode pengali lagrange diperoleh solusi optimum adalah :

{ $\hat{y}_\mu$ (**x**), $\hat{y}_\sigma$ (**x**) } = (500; 40,65) untuk x'=(1,5719; -0,722; -0,0874) dan MSE=1634,68.

Hasil ini ternyata sama dengan hasil penyelesaian dengan metode Tang & Xu (2002) dengan mengambil $\omega_\mu = 0{,}49$ dan $\omega_\sigma = 1$

Penyelesain dengan metode Lin & Tiu (1995) model yang diminimumkan adalah :

Min MSE $= (\hat{y}_\mu - T)^2 + \hat{y}_\sigma$
X

Menjadi Min MSE $= (327{,}6 + 177\, x_1 + 109{,}4\, x_2 + 131{,}5\, x_3 + 32\, x_1^2 - 22{,}4\, x_2^2 - 29{,}1\, x_3^2 + 66\, x_1 x_2 + 75{,}5\, x_1 x_3 + 43{,}6\, x_2 x_3 - 500)^2 + (34{,}9 + 11{,}5\, x_1 + 15{,}3\, x_2 + 29{,}2\, x_3 + 4{,}2\, x_1^2 - 1{,}3\, x_2^2 + 16{,}8\, x_3^2 + 7{,}7\, x_1 x_2 + 5{,}1\, x_1 x_3 + 14{,}1\, x_2 x_3)$

Dengan kendala: **x'x** ≤ 3

Solusinya adalah :

{ $\hat{y}_\mu$ (**x**), $\hat{y}_\sigma$ (**x**) } = (495,68; 40,20) untuk x'=(1,5651; -0,7373; -0,0883) dan MSE=1634,57.

Hasil ini ternyata sama dengan hasil penyelesaian dengan metode Tang & Xu (2002) dengan mengambil $\omega_\mu = 0{,}5$ dan $\omega_\sigma = 0{,}5$

Solusi dengan Tang & Xu (2002) diperoleh model :

Minimumkan : $\delta_\mu^2 + \delta_\sigma^2$

Kendala : $\hat{y}_\mu(\mathbf{x}) - \omega_\mu \ \delta_\mu = T_\mu^*$

$\hat{y}_\sigma(\mathbf{x}) - \omega_\sigma \ \delta_\sigma = T_\sigma^*$

untuk $\mathbf{x'x} \leq 3$

menjadi :

Minimumkan : $\delta_\mu^2 + \delta_\sigma^2$

Kendala : $327{,}6 + 177\ x_1 + 109{,}4\ x_2 + 131{,}5\ x_3 + 32\ x_1^2 - 22{,}4\ x_2^2 - 29{,}1\ x_3^2 + 66\ x_1 x_2 + 75{,}5\ x_1 x_3 + 43{,}6\ x_2 x_3 - \omega_\mu \ \delta_\mu = 500$

$34{,}9 + 11{,}5\ x_1 + 15{,}3\ x_2 + 29{,}2\ x_3 + 4{,}2\ x_1^2 - 1{,}3\ x_2^2 + 16{,}8\ x_3^2 + 7{,}7\ x_1 x_2 + 5{,}1\ x_1 x_3 + 14{,}1\ x_2 x_3 - \omega_\sigma \ \delta_\sigma = 0$

untuk $\mathbf{x'x} \leq 3$

Hasil analisis dengan metode Tang & Xu (2002) untuk target T^* =(500;40), $\mathbf{x'x} \leq 3$ untuk beberapa efek dari kombinasi ω_μ dan ω_σ disajikan pada Tabel 1. Sedangkan rangkuman hasil untuk metode lainnya untuk target T^* =(500;40), $\mathbf{x'x} \leq 3$ djukkan pada Tabel 2. Adapun solusi untuk daerah $-1 \leq \mathbf{x} \leq 1$ dengan penetapan T^*=(500; 44,72) dengan metode Tang & Xu (2002) dengan cara yang sama diperoleh hasil pada Tabel 3 dan solusi untuk $-1 \leq \mathbf{x} \leq 1$ dengan penetapan T^*=(500; 44,72) dengan metode lain lihat Tabel 4.

Tabel 1. Hasil analisis dengan metode Tang & Xu

T^*	ω $(\omega_\mu,\omega_\sigma)$	*Y(x)'* $(\hat{y}_\mu, \hat{y}_\sigma)$	**x'** (x_1, x_2, x_3)	**MSE**	Delta $(\delta_\mu, \delta_\sigma)$
(500; 40)	(1/500, 1/40)	(499,9996; 40,6575)	(1,5718;-0,7224,-0,0867)	1653,03	(-0,2239;26,2987)
(500; 40)	(1, 1)	(499,9308; 40,6502)	(1,5717;-0,7226,-0,0868)	1652,44	(-0,0692;0,6501)
(500; 40)	(500, 40)	(496,0527, 40,2379)	(1,5664;-0,7342,-0,0863)	1634,67	(-0,0079;0,0059)

Tabel 2. Rangkuman hasil untuk metode selain VM&DM, LT

Metode	*Y(x)'* $(\hat{y}_\mu, \hat{y}_\sigma)$	**x'** (x_1, x_2, x_3)	**MSE**	ω $(\omega_\mu,\omega_\sigma)$ (Metode Tang&Xu)
VM & DM	(500;40,65)	(1,5719;-0,7220;-0,0874)	1652,46	(0;1)
LT	(495,68; 40,20)	(1,5651;-0,7373,-0,0883)	1634,57	(0,50;0,50)

Tabel 3. Solusi untuk daerah $-1 \leq \mathbf{x} \leq 1$ dengan T^*=(500; 44,72) Dengan metode Tang & Xu

T^*	ω $(\omega_\mu,\omega_\sigma)$	*Y(x)'* $(\hat{y}_\mu, \hat{y}_\sigma)$	**x'** (x_1, x_2, x_3)	**MSE**	Delta $(\delta_\mu, \delta_\sigma)$
(500;44,72)	(1/500;1/44,72)	(499,9667;45,0937)	(1;0,1183,-0,2598)	2033,44	(-16,65;16,7119)
(500;44,72)	(1; 1)	(499,6639; 45,0574)	(1;0,1157,-0,2593)	2030,29	(-0,3361;0,3374)
(500;44,72)	(500;44,72)	(498,2014;44,8822)	(1;0,1040;-0,2575)	2017,65	(-0,0036;0,0036)

Tabel 4. Solusi untuk daerah $-1 \leq \mathbf{x} \leq 1$ dengan T^*=(500; 44,72) Dengan metode VM&DM, LT

Metode	*Y(x)'* $(\hat{y}_\mu, \hat{y}_\sigma)$	**x'** (x_1, x_2, x_3)	**MSE**	ω $(\omega_\mu,\omega_\sigma)$ (Metode Tang&Xu)

VM & DM	(500;45,097)	(1;0,1184,-0,259)	2033,74	(0;1)
LT	(494,44; 44,43)	(1;0,07,-0,25)	2005,14	(0,50;0,50)

Perbandingan :

- Pendekatan dengan metode Lin & Tiu (LT) menghasilkan MSE terkecil baik dalam daerah $\mathbf{x'x} \leq 3$ maupun dalam daerah $-1 \leq \mathbf{x} \leq 1$, hal ini ternyata sama dengan hasil pada metode Tang & Xu (2002) dengan mengambil bobot ω_μ, dan ω_σ sebesar 0,5 dengan $T_\sigma = 0$.
- Metode pendekatan Vining & Myers (VM) serta Del Castillo & Montgomery (DM) memberikan varian minimum, dan nilai target tercapai (yaitu 500), dan hasil ini sama dengan metode pendekatan dari Tang & Xu (2002) dengan bobot ω_μ, dan ω_σ sebesar 0 dan 1 dengan $T_\sigma = 0$.
- Berarti metode pendekatan dari Tang & Xu (2002) lebih berlaku umum karena mampu meneliti beberapa kemungkinan ω_μ, dan ω_σ.

Tang & Xu (2002) dalam papernya juga memberikan contoh lain untuk kejadian respon makin besar makin baik dan makin kecil makin baik untuk data yang sama seperti pada contoh diatas, dimana pada kasus respon makin besar makin baik nilai target untuk mean dibuat pada nilai maksimum yang diinginkan dan pada kasus respon makin kecil makin baik nilai target mean dibuat minimum (nilai-nilai ini biasanya diberikan sebelum eksperimen dilakukan sebagai informasi awal).

Hasil analisis perbandingan terhadap metode metode lain ternyata metode Tang & Xu (2002) tetap dapat mencakup solusi dari metode yang lain dengan memberi bobot bobot tertentu pada ω_μ, dan ω_σ . Serta dimungkinkan hasilnya lebih baik karena metode Tang & Xu (2002) menilai untuk ω_μ, dan ω_σ yang lain yang tidak diteliti dalam metode yang lainnya.

Metode Tang & Xu (2002) juga tetap dapat dipakai walaupun model *response surface* diperoleh model yang sesuai tidak dalam bentuk orde 2 bahkan orde 1. Jadi dapat disimpulkan metode yang diusulkan oleh Tang & Xu (2002) berlaku lebih umum, dan dimungkinkan memberikan hasil yang lebih baik dalam arti nilai target *mean* respon masih tercapai sedangkan keragamannya minimum.

IDE PENGEMBANGAN KE KASUS OPTIMASI *MULTIPLE RESPONSE SURFACES*

Metode *dual response surface* yang dibahas diatas sebenarnya hanya ditujukan untuk mencari optimasi single responce surface, hanya diharapkan ragam respon tersebut minimum. Pada kasus-kasus riil sering dijumpai permasalahan mengoptimasikan respon-respon yang banyak secara simultan. Sebagai contoh pada kasus pembuatan produk tertentu tidak hanya diinginkan diameternya memenuhi standar (misal sebagai respon 1), tetapi respon-respon lain juga harus memenuhi standar yang diinginkan. Berarti permasalahnnya bagaimana mencari setting faktor-faktor yang dapat dikontrol (variabel-variabel $x_1, \ldots, x_n$) agar semua kriteria respon dapat dipenuhi. Pada permasalahan optimasi multiple respon ini antara optimasi satu respon dengan respon yang lain mungkin terjadi kontradiksi, dalam arti satu respon harus maksimum tetapi yang lain harus minimum atau sebaliknya.

Dengan telah mempelajari metode Tang & Xu (2002) diatas tidak menjadi masalah jika jumlah respon yang dioptimumkan lebih dari satu. Sebagai misal jika jumlah respon yang dioptimumkan ada 3, maka langkah-langkah yang perlu diambil adalah sebagai berikut :

1. Buat model pendekatan *response surface* pada masing-masing respon.
2. Buat model *goal programming* sebagai berikut :

Minimumkan : $\delta_{y1}^2 + \delta_{y2}^2 + \delta_{y3}^2$

Kendala : $\hat{y}_{y1}(\mathbf{x}) - \omega_{y1}\,\delta_{y1} = T_{y1}^*$

$\hat{y}_{y2}(\mathbf{x}) - \omega_{y2}\,\delta_{y2} = T_{y2}^*$

$\hat{y}_{y3}(\mathbf{x}) - \omega_{y3}\,\delta_{y3} = T_{y3}^*$

Untuk $\mathbf{x'x} \leq r^2$ atau $\mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u$

Dengan menghitung beberapa kemungkinan ω_{y1}, ω_{y2} , dan ω_{y3} akan diperoleh solusi optimum bersama-samanya.

Beberapa metode lain untuk menyelesaikan kasus multiple *response surface* , yang tidak dibahas dalam makalah ini adalah :

1. Opimasi *multiple responses* dengan pendekatan fungsi *desirability* yang dikenalkan oleh Derringer & Suich (1980).
2. Metode pendekatan Bayes untuk optimasi *multiple response surfaces* oleh Quesada, *et al.* (2004)

KESIMPULAN

Metode dual response surface yang dikenalkan oleh Tang & Xu (2002) ternyata prosedurnya dapat mencakup metode *dual respon surface* yang lain seperti oleh Vining & Myers (1990), Lin & Tiu (1995) serta yang lainnya.

Metode dari Tang & Xu ini ternyata berpotensi untuk dapat dikembangkan penggunaannya ke kasus optimasi *multiple* *respons surfaces*. Apalagi dilihat dari segi kemudahan dan pengertiannya metode ini merupakan metode yang menjanjikan untuk dikenalkan pada para praktisi dalam rekayasa kualitas.

DAFTAR PUSTAKA

Ames AE, Mattucci N , Macdonald S , Szonyi G; and Hawkins DM. (1997). *Quality Loss Functions for Optimization Across Multiple Response Surfaces*. Journal of Quality Technology 29, pp. 339-346.

Box GEP and Draper NR. (1987). *Empirical Model Building and Response Surface*. Joh Wiley & Sons, New York, NY.

Copeland KAF and Nelson PR. (1996). *Dual Response Optimization via Direct Function Minimization*. Journal of Quality Technology 28, pp. 331-336.

Del Castillo E. and Montgomery DC. (1993). *A Non Linear Programming Solution to the Dual Response Problem*. Journal of Quality Technology 29, pp. 347-353.

Derringer D and Suich R. (1980). *Simultaneous of Several Response Variables*. Journal of Quality Technology 12(4), pp. 214-219.

Jayan PG. (2000). *Design of Experiments Using Taguchi Method*, [thesis], Master of Technology Department of Aerospace Engineering, Indian Institute of Technology, Bombay.

Lin DKJ and Tu W. (1995). *Dual Response Surface Optimization*. Journal of Quality Technology 27, pp. 34-39.

Myers RH and Carter WH. (1973). *Response Surface Techniques for Dual Response Systems*. Technometrics 15, pp. 301-317.

Quesada GM, Del Castillo E And Peterson JJ. (2004). *A Bayesian Approach for Multiple Response Surfaces Optimization in the Presence of Variables*. Journal of Applied Statistics 31, pp. 251-270.

Tang LC & Xu K (2002). *A Unified Approarch for Dual Response Surface Optimization.*, Journal of Quality Technology 34, pp: 437-447.

Vining GG and Myers RH. (1990). *Combining Taguchi anf Response Surface Philisophies : A Dual Response Approach*. Journal of Quality Technology 22, pp. 38-45.

⊗