Forum Statistika dan Komputasi : *Indonesian Journal of Statistics*
ISSN : 0853-8115
Vol. 18 No.1, April 2013, p: 28-35

available online at:
journal.ipb.ac.id/index.php/statistika

BOOTSTRAP PARAMETRIK DAN NONPARAMETRIK UNTUK PENDUGAAN KUADRAT TENGAH GALAT DALAM STATISTIK AREA KECIL DENGAN RESPON BERSEBARAN LOGNORMAL

(Parametric and Nonparametric Bootstrap for Mean Square Error Estimation in Small Area Statistic with Lognormal Distribution Response)

Cempaka Putri[1], Khairil Anwar Notodiputro[2], La Ode Abdul Rahman[2]
[1]Mahasiswa Departemen Statistika FMIPA IPB
[2]Departemen Statistika FMIPA IPB

Abstract

Small area estimation is needed to obtain information in small area, that is area containing small size of sample. Direct estimation in small area will result in large variance. Indirect estimation is the solution, with involves auxiliary data from related area or another survey in parameter estimation. One of the prolems found in using this procedure is low precision of Mean Square Error (MSE) estimate caused by non-normal distribution. Parameter of concern in this study is per capita expenditure of village in Bogor regency. Per capita expenditure is non-normal distribution. MSE estimator with bootstrap method has the advantage of potential robustness against sampling from non- normal distribution. Therefore this study used bootstrap method, such as parametric bootstrap and nonparametric bootstrap, in MSE estimation. Generally, the result showed that the MSE estimate of the parametric bootstrap smaller than the nonparametric bootstrap. Both method have better precision, so that they can repair the result of direct estimation.

Keywords **:** *small area estimation, parametric bootstrap, nonparametric bootstrap*

PENDAHULUAN

Statistik area kecil sangat diminati dalam berbagai bidang pada beberapa tahun terakhir ini. Pendugaan area kecil sangat dibutuhkan untuk mendapatkan informasi-informasi pada area kecil, yaitu area dengan jumlah contoh yang kecil. Informasi tersebut menjadi sangat penting seiring dengan berkembangnya era otonomi daerah di Indonesia karena dapat digunakan sebagai acuan menyusun sistem perencanaan, pemantauan, dan kebijakan daerah lainnya tanpa harus mengeluarkan biaya yang besar untuk mengumpulkan data sendiri. Metode yang terus dikembangkan untuk menduga statistik area kecil ini adalah pendugaan area kecil.

Pendugaan secara langsung pada area kecil akan menghasilkan nilai ragam yang besar karena ukuran contoh yang kecil. Salah satu solusi yang digunakan adalah melakukan pendugaan tidak langsung dengan cara menambahkan peubah-peubah pendukung dalam menduga parameter. Peubah-peubah pendukung tersebut berupa informasi dari daerah lain yang serupa, survei terdahulu pada area yang sama, atau peubah lain yang berhubungan dengan peubah yang ingin diduga. Dengan kata lain model pendugaan area kecil meminjam informasi pengamatan contoh dari wilayah terkait melalui data tambahan untuk meningkatkan efektifitas ukuran contoh.

Salah satu masalah yang ditemukan dalam pendugaan tidak langsung adalah rendahnya presisi dugaan Kuadrat Tengah Galat (KTG) yang disebabkan oleh adanya penyimpangan asumsi sebaran normal yang mengakibatkan dugaan KTG menjadi berbias. Oleh karena itu diperlukan suatu metode yang dapat mengoreksi bias tersebut, diantaranya adalah metode *jackknife* dan bootstrap.

Parameter yang menjadi perhatian dalam penelitian ini adalah pengeluaran per kapita desa/kelurahan di Kabupaten Bogor. Data pengeluaran per kapita ini tidak mengikuti sebaran normal. Menurut Butar dan Lahiri (2003), dugaan KTG berdasarkan metode bootstrap memiliki kelebihan tahan terhadap pengambilan contoh dari sebaran yang bukan normal. Oleh karena itu, penelitian ini menggunakan metode bootstrap, yaitu bootstrap parametrik dan bootstrap nonparametrik dalam pendugaan KTG.

Tujuan dari penelitian ini adalah menduga pengeluaran per kapita desa/kelurahan di Kabupaten Bogor serta menerapkan metode bootstrap parametrik dan bootstrap nonparametrik dalam menduga KTG dalam pendugaan area kecil.

LANDASAN TEORI

Pengeluaran Per Kapita

Pengeluaran per kapita adalah biaya yang dikeluarkan untuk konsumsi semua anggota rumah tangga selama sebulan baik yang berasal dari pembelian, pemberian maupun produksi sendiri dibagi dengan banyaknya anggota rumah tangga dalam rumah tangga tersebut (BPS 2009). Pengertian rumah tangga yang dimaksud di atas adalah seorang atau sekelompok orang yang mendiami sebagian atau seluruh bangunan fisik dan biasanya tinggal bersama serta makan dari satu dapur.

Uji Kolmogorov-Smirnov

Uji Kolmogorov-Smirnov (KS) digunakan untuk menguji kesesuaian sebaran data. Pada dasarnya uji ini memverifikasi perbedaan antara sebaran kumulatif teoritik dan sebaran kumulatif empirik.

Hipotesis:
H_0 : $F(x) = F_0(x)$ untuk semua nilai x
H_1 : $F(x) \neq F_0(x)$ setidaknya untuk satu nilai x
dengan KS statistik :

$$D = \sup_x \left| S(x) - F_0(x) \right|$$

dimana
D = jarak Kolmogorov-Smirnov
S (x) = proporsi contoh yang ≤ x
$F_0(x)$ = fungsi sebaran contoh
n = banyaknya contoh
(Daniel 1990).

Pendugaan Area Kecil

Istilah area kecil biasanya menandakan suatu area geografis kecil, seperti suatu daerah kabupaten/kota, kecamatan, maupun kelurahan/desa. Area kecil ini juga dapat diartikan sebagai bagian kecil dari wilayah populasi baik berdasarkan geografi, ekonomi, sosial budaya, ataupun yang lainnya. Pendugaan area kecil merupakan pendugaan parameter suatu area yang lebih kecil dengan memanfaatkan informasi dari luar, dari dalam area itu sendiri, dan dari luar survei (Rao 2003).

Terdapat dua masalah pokok dalam pendugaan area kecil. Masalah pertama adalah bagaimana menghasilkan suatu dugaan parameter yang cukup baik untuk ukuran contoh kecil pada suatu domain. Kedua, bagaimana menduga KTG dari dugaan parameter tersebut. Kedua masalah pokok tersebut dapat diatasi dengan cara “meminjam informasi” dari dalam area, luar area, maupun dari luar survei.

Metode pendugaan yang dapat digunakan untuk mendapatkan pendugaan area kecil yaitu pendugaan langsung dan pendugaan tidak langsung. Pendugaan tidak langsung dilakukan dengan cara memanfaatkan informasi peubah lain yang berhubungan dengan parameter yang diamati. Ada beberapa metode pada pendugaan tidak langsung untuk area kecil antara lain Prediksi Takbias Linear Terbaik Empirik (PTLTE), Bayes Empirik (BE), dan Bayes Berhirarki (BB).

Penduga Langsung

Penduga langsung merupakan penduga berbasis rancangan dan hanya dapat digunakan jika semua area dalam suatu populasi digunakan sebagai contoh (Rao 2003). Penduga langsung menggunakan nilai dari peubah yang menjadi perhatian hanya pada periode waktu dan unit contoh pada area yang menjadi perhatian.

Data contoh dari suatu survei dapat digunakan untuk mendapatkan pendugaan langsung yang dapat dipercaya bagi suatu area besar. Ramsini *et al.* (2001) menyebutkan bahwa nilai hasil pendugaan langsung pada suatu area kecil merupakan penduga tak bias meskipun memiliki ragam yang besar dikarenakan dugaannya diperoleh dari ukuran contoh yang kecil.

Penduga PTLTE

Model dasar pendugaan area kecil oleh Fay-Herriot (1979) menjadi dasar dalam pengembangan pendugaan area kecil berbasis model yang banyak dibahas dalam berbagai literatur. Model Fay-Herriot didefinisikan sebagai berikut:

$$y_i = x_i^T \beta + \upsilon_i + e_i\,, \quad i = 1, \dots, m$$

dengan y_i adalah nilai penduga langsung berdasarkan rancangan survei, $\upsilon_i \sim N(0, A)$ adalah pengaruh acak area kecil, $e_i \sim N(0, D_i)$ adalah galat percontohan, dan υ_i dan e_i saling bebas. Diasumsikan bahwa β dan A tidak diketahui, sedangkan D_i diketahui (Kurnia dan Notodiputro 2006b).

Penduga terbaik (*best predictor*, BP) bagi $\theta_i = x_i^T \beta + \upsilon_i$ jika β dan A diketahui adalah:

$$\begin{aligned} \theta_i^{BP} &= \theta_i(y_i \mid \beta, A) \\ &= x_i^T \beta + (1 - B_i)(y_i - x_i^T \beta) \end{aligned}$$

dengan $B_i = \dfrac{D_i}{A + D_i}$ merupakan faktor penyusutan. Jika A diketahui, β dapat diduga dengan metode kuadrat terkecil terboboti yaitu

$$\beta_i(A) = \left(X^T V^{-1} X \right)^{-1} X^T V^{-1} Y$$

dengan pembobotnya adalah ragam dari pengaruh acak area dan galat contoh, yaitu

$$V = Diag(A + D_1, A + D_2, \dots, A + D_m).$$

Dengan mensubstitusi β dengan $\hat{\beta}_i$ pada $\hat{\theta}_i^{BP}$, maka diperoleh

$$\theta_i^{PTLT} = \theta_i(y_i \mid A) = x_i^T\beta + (1-B_i)(y_i - x_i^T\beta)$$

$$KTG(\theta_i^{PTLT}) = g_{1i}(A) + g_{2i}(A)$$

dengan

$$g_{1i}(A) = (1-B_i)D_i$$

$$g_{2i}(A) = D_i(1-B_i)[x_i^T(X^TV^{-1}X)^{-1}x_i].$$

dengan g_{1i} merupakan reduksi pada KTG relatif terhadap KTG penduga langsung dan g_{2i} merupakan kontribusi terhadap KTG akibat pendugaan β.

Dalam praktiknya baik β maupun A biasanya tidak diketahui. Pendugaan A, dapat digunakan Metode Kemungkinan Maksimum (MKM), Metode Kemungkinan Maksimum Terkendala (MKMT), atau metode momen. Dalam penelitian ini, metode pendugaan yang digunakan dalam menduga parameter A adalah dengan metode MKMT, dengan

$$A = \max\left[0, s^2 - 1\right]$$

dan

$$s^2 = (m-1)^{-1}\sum_{i=1}^{m}\left(y_i - x_i'\beta_{ols}\right)^2$$

$$\beta_{ols} = \left(\sum_{i=1}^{m} x_i x_i'\right)^{-1} x_i y_i .$$

Substitusi β dengan $\hat{\beta}$ dan A dengan $\hat{A}$ terhadap penduga PTLT, maka akan diperoleh suatu penduga baru

$$\theta_i^{PTLTE} = \theta_i(y_i \mid A) = x_i^T\beta + (1-B_i)(y_i - x_i^T\beta)$$

Kuadrat Tengah Galat dari θ_i^{PTLTE} adalah

$$KTG\left(\theta_i^{PTLTE}\right) = KTG\left(\theta_i^{PTLT}\right) + E\left(\theta_i^{PTLTE} - \theta_i^{PTLT}\right)^2 + 2E\left(\theta_i^{PTLT} - \theta_i\right)\left(\theta_i^{PTLTE} - \theta_i^{PTLT}\right).$$

Dengan asumsi sebaran normal, nilai $E\left(\theta_i^{PTLT} - \theta_i\right)\left(\theta_i^{PTLTE} - \theta_i^{PTLT}\right)$ adalah nol. Namun untuk sebaran lain hal tersebut tidak berlaku. Agar menghasilkan dugaan yang baik, nilai $E\left(\theta_i^{PTLT} - \theta_i\right)\left(\theta_i^{PTLTE} - \theta_i^{PTLT}\right)$ dibutuhkan.

Metode Bootstrap dalam Menduga KTG

Metode bootstrap mulai diperkenalkan oleh Bradley Efron pada tahun 1979, sebagai suatu metode pengambilan contoh ulang secara acak dengan pemulihan. Efron dan Tibshirani (1993) menjelaskan bahwa metode bootstrap dapat dilakukan secara parametrik maupun nonparametrik. Dalam pendugaan area kecil metode bootstrap merupakan salah satu metode alternatif untuk menduga KTG. Penduga KTG berdasarkan metode bootstrap lebih kekar terhadap pengambilan contoh dari sebaran yang bukan normal (Butar dan Lahiri 2003).

Pendugaan KTG dengan Bootstrap Parametrik

Metode bootstrap parametrik menggunakan asumsi sebaran peluang dari contoh asli yang digunakan. Metode ini dilakukan dengan membangkitkan sejumlah besar contoh bootstrap dengan sebaran yang sesuai dengan contoh awal (*original data*), menduga parameter model untuk masing-masing contoh bootstrap, dan kemudian menduga komponen-komponen dalam KTG.

Tahapan-tahapan untuk menghitung $KTG\left(\hat{\theta}_i^{PTLTE}\right)$ dengan metode bootstrap parametrik adalah sebagai berikut:

1. Bangkitkan contoh bootstrap θ_i^b dan $y_i^b \mid \theta_i^b$ dengan sebaran yang sama dengan sebaran data awal.
2. Duga ragam antar area $A(y^b)$ dan parameter regresi, $\hat{\beta}(y^b; A(y^b))$ dan $\hat{\beta}(y^b; A)$, menggunakan metode yang sama seperti yang digunakan pada data awal.
3. Ulangi langkah 1 dan 2 sebanyak B=2000.
4. Duga KTG dengan rumus sebagai berikut,

$$KTG(\theta_i^{PTLTE}) = (g_{1i} + g_{2i}) - \bar{g}_{1i}^{PB} - \bar{g}_{2i}^{PB} + puc^{PB} + cpe^{PB}$$

dimana

$$puc^{PB} = B^{-1}\sum_b\left\{\theta_i\left[y^b; A(y^b), \beta(y^b; A(y^b))\right] - \theta_i\left[y^b; A(y), \beta(y^b; A(y))\right]\right\}^2$$

$$cpe^{PB} = B^{-1}\sum_b\left\{\theta_i\left[y^b; A(y^b), \beta(y^b; A(y^b))\right] - \theta_i\left[y^b; A(y), \beta(y^b; A(y))\right]\right\} \times\left\{\theta_i\left[y^b; A(y), \beta(y^b; A(y))\right] - \theta_i^b\right\}$$

dan

$$\bar{g}_{di}^{PB} = B^{-1}\sum_b g_{di}, \quad d = 1,2$$

(Pfeffermann dan Glickman 2004).

Nilai puc^{PB} merupakan kontribusi terhadap KTG akibat pendugaan A dan cpe^{PB} merupakan nilai dari $E\left(\theta_i^{PTLT} - \theta_i\right)\left(\theta_i^{PTLTE} - \theta_i^{PTLT}\right)$.

Pendugaan KTG dengan Bootstrap Nonparametrik

Metode bootstrap nonparametrik tidak menggunakan asumsi sebaran peluang dari contoh asli yang digunakan seperti pada metode bootstrap parametrik. Metode ini dilakukan dengan pengambilan contoh acak dengan pemulihan pada contoh awal untuk membangkitkan contoh bootstrap. Pendugaan KTG dengan metode ini menggunakan asumsi pada model Fay-Harriot, yaitu pengaruh acak area kecil dan galat percontohan dianggap menyebar normal.

Tahapan-tahapan untuk menghitung $KTG(\hat{\theta}_i^{PTLTE})$ dengan metode bootstrap nonparametrik adalah sebagai berikut:

1. Hitung dugaan sisaan baku (r_i^b) untuk masing-masing area, dimana
$$\hat{r}_i = (y_i - x_i^T\beta)/c_i^{1/2},$$
$$c_i = (A+D_i) - \left\{ x_i^T \left[\sum_i \frac{1}{(A+D_i)} x_i x_i^T \right]^{-1} x_i \right\}.$$
2. Pilih contoh bootstrap sisaan baku(r_i^b).
3. Hitung penduga langsung bootstrap,
$$y_i^b = r_i^b c_i^{1/2} + x_i^T\beta \quad , i = 1, \ldots, m.$$
4. Duga ragam antar area $A(y^b)$ dan parameter regresi, $\hat{\beta}(y^b; A(y^b))$ dan $\hat{\beta}(y^b; A)$, menggunakan metode yang sama seperti yang digunakan pada data asli.
5. Ulangi langkah 2-4 sebanyak B=2000.
6. Duga KTG dengan rumus sebagai berikut,
$$KTG(\theta_i^{PTLTE}) = 2(g_{1i} + g_{2i}) - \bar{g}_{1i}^{NPB} - \bar{g}_{2i}^{NPB} + puc^{NPB}$$
dimana
$$puc^{NPB} = B^{-1} \sum_b \Big\{ \theta_i[y^b; A(y^b), \beta(y^b; A(y^b))] - \theta_i[y^b; A, \beta(y^b; A)] \Big\}^2$$
$$\bar{g}_{di}^{NPB} = B^{-1} \sum_b g_{di}, \; d = 1, 2$$
(Pfeffermann dan Glickman 2004).

METODOLOGI

Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data SUSENAS 2008 dan PODES 2008. Peubah respon yang menjadi perhatian adalah pengeluaran per kapita pada beberapa desa di Kabupaten Bogor. Peubah pendukung yang dianggap mempengaruhi dan menggambarkan pengeluaran per kapita yaitu,

x_1 = Jumlah penduduk
x_2 = Jumlah keluarga
x_3 = Persentase keluarga pertanian
x_4 = Persentase keluarga pengguna pln
x_5 = Persentase penerima askeskin
x_6 = Persentase surat miskin
x_7 = Persentase keluarga pengguna telepon kabel

Metode Analisis

Analisis yang dilakukan dalam penelitian ini melalui beberapa tahapan, yaitu:

1. Melakukan pendugaan langsung terhadap pengeluaran per kapita desa/kelurahan di Kabupaten Bogor berdasarkan data SUSENAS 2008.
2. Melakukan pemeriksaan sebaran data pengeluaran per kapita desa/kelurahan di Kabupaten Bogor yang tepat untuk menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov.
3. Memilih peubah pendukung yang mempengaruhi dan menggambarkan pengeluaran per kapita menggunakan metode regresi himpunan bagian terbaik.
4. Melakukan pendugaan terhadap ragam antar area (A) menggunakan metode MKMT dan koefisien model regresi (β) menggunakan metode kuadrat terkecil terboboti (KTT).
5. Menduga pengeluaran per kapita untuk masing-masing desa dengan metode PTLTE
6. Menduga KTG dengan bootstrap parametrik dan bootstrap nonparametrik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

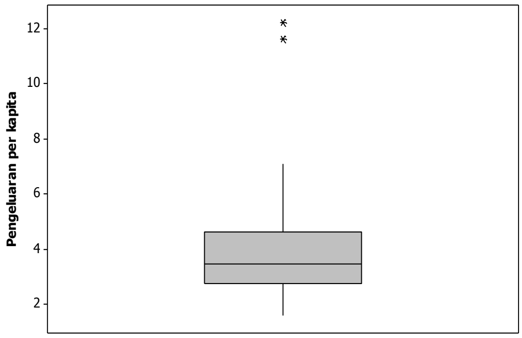
Eksplorasi Data

Pendugaan langsung pengeluaran per kapita desa diperoleh dengan membagi pengeluaran rumah tangga untuk makanan dan bukan makanan dengan jumlah anggota rumah tangga. Hasil pendugaan langsung menunjukkan bahwa pengeluaran per kapita desa-desa di Kabupaten Bogor cukup beragam. Hal ini ditunjukkan dengan nilai koefisien keragaman pada Tabel 1 yang cukup besar, yaitu 53.58.

Tabel 1 Nilai Statistik Pengeluaran per kapita (×Rp. 100,000)

Statistik	Pengeluaran per kapita
Rataan	4.09
SE Rataan	0.35
Koef. Keragaman	53.58
Minimum	1.60
Median	3.47
Maksimum	12.21

Diagram kotak garis yang diperlihatkan pada Gambar 1 menunjukkan bahwa terdapat dua titik yang berada di luar kotak. Kedua titik tersebut adalah Desa Babakan dan Desa Tlajung Udik. Kedua desa tersebut memiliki pengeluaran per kapita yang lebih besar dibandingkan desa lainnya.



Gambar 1 Diagram Kotak Garis Pengeluaran per kapita Hasil Pendugaan Langsung

Pemeriksaan sebaran pada data pengeluaran per kapita desa/kelurahan di Kabupaten Bogor menunjukkan bahwa data tidak menyebar normal. Hal ini berdasarkan pengujian kesesuaian model oleh Kolmogorov Smirnov, yang menunjukkan nilai-p < 0.05. Ini berarti sudah cukup bukti untuk menolak hipotesis awal bahwa data menyebar Normal. Kemudian dilakukan pemeriksaan sebaran dengan berbagai sebaran yang diasumsikan tepat untuk data pengeluaran per kapita desa/kelurahan di Kabupaten Bogor dan hasilnya menunjukkan bahwa data tersebut dapat didekati dengan sebaran Lognormal. Hal ini berdasarkan pengujian kesesuaian model oleh Kolmogorov Smirnov, yang menunjukkan nilai-p > 0.05. Ini berarti tidak cukup alasan untuk menolak hipotesis awal bahwa data menyebar Lognormal.

Peubah pendukung yang diduga mempengaruhi pengeluaran per kapita ada sebanyak tujuh peubah. Pemilihan peubah pendukung dilakukan dengan menggunakan metode regresi anak-gugus terbaik. Kriteria pemilihan dalam metode regresi anak-gugus terbaik adalah berdasarkan nilai R^2-adj yang paling besar, nilai s yang paling kecil, serta nilai Cp-Mallow terkecil yang mendekati jumlah peubahnya ditambah satu. Berdasarkan kriteria tersebut model terbaik yang terpilih adalah model dengan seluruh peubah yang dicobakan. Namun dari ketujuh peubah tersebut tidak seluruhnya berpengaruh nyata. Peubah yang berpengaruh nyata adalah jumlah penduduk, jumlah keluarga, persentase surat miskin, dan persentase keluarga pengguna telepon kabel. Sehingga dalam pendugaan pengeluaran per kapita, peubah yang digunakan hanya peubah yang berpengaruh nyata saja.

Pendugaan Tidak Langsung dengan Metode PTLTE

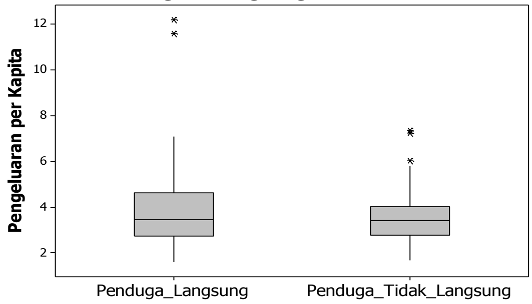
Pendugaan parameter dilakukan terhadap empat peubah pendukung yang terpilih dan hasilnya menunjukkan bahwa keempat peubah pendukung tersebut berpengaruh nyata terhadap pengeluaran per kapita serta tidak menunjukkan adanya multikolinearitas, karena nilai VIF untuk masing-masing peubah kurang dari 10.

Tabel 2 Nilai Dugaan Parameter Beta

x_i	beta_duga	Nilai p	VIF
x_0	1.64	0.015	0
x_1	- 0.0003	0.0006	6.46666
x_2	0.001	<.0001	6.76283
x_6	0.18	0.0412	1.10848
x_7	0.06	0.0002	1.17702

Dugaan parameter keragaman antar area, A, diperoleh dengan menggunakan metode MKMT, yaitu sebesar 0.651. Sedangkan dugaan parameter regresi, β, diperoleh dengan menggunakan metode KTT, dengan nilai dugaan β dapat dilihat pada Tabel 2.

Hasil pendugaan tidak langsung pengeluaran per kapita dengan metode PTLTE dapat dilihat pada Tabel 3. Seperti pada pendugaan langsung, desa Babakan dan Tlajung Udik memiliki dugaan pengeluaran per kapita yang lebih besar dibandingkan desa-desa lainnya. Secara umum pendugaan tidak langsung dengan metode PTLTE dan pendugaan langsung memberikan hasil pendugaan pengeluaran per kapita desa/kelurahan di Kabupaten Bogor yang tidak jauh berbeda. Keragaman pengeluaran per kapita pada pendugaan tidak langsung lebih kecil dibandingkan pada pendugaan langsung dengan nilai tengah yang hampir sama, yang dapat dilihat pada Gambar 2. Dapat diartikan bahwa metode PTLTE tersebut mampu memperkecil keragaman. Namun untuk menentukan pendugaan mana yang menghasilkan nilai dugaan yang lebih baik adalah dengan melihat KTG dari masing-masing dugaan.



Gambar 2 Diagram Kotak Garis Pengeluaran per kapita Hasil Pendugaan Langsung dan Pendugaan Tidak Langsung.

Pendugaan KTG dengan Bootstrap Parametrik

Data pengeluaran per kapita desa/kelurahan di Kabupaten Bogor dapat didekati dengan sebaran Lognormal, sehingga contoh bootstrap yang dibangkitkan pada metode bootstrap parametrik juga mengikuti sebaran Lognormal dengan $\theta_i^b \sim Lognormal\left(\ln(x_i'\beta) - \frac{1}{2}\left(\ln\frac{(x_i'\beta)^2 + A}{(x_i'\beta)^2}\right), \left(\ln\frac{(x_i'\beta)^2 + A}{(x_i'\beta)^2}\right)\right)$ dan $y_i^b \mid \theta_i^b \sim Lognormal\left(\ln(\theta_i^b)^2 - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{(\theta_i^b)^2 + D_i}{(\theta_i^b)^2}\right), \ln\left(\frac{(\theta_i^b)^2 + D_i}{(\theta_i^b)^2}\right)\right)$.

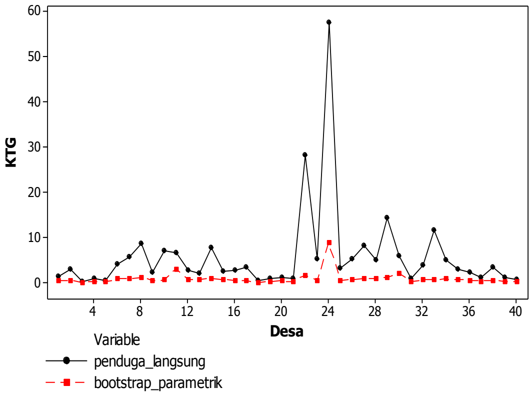
Secara umum metode bootstrap parametrik

menghasilkan nilai dugaan KTG yang lebih kecil dibandingkan dengan nilai dugaan KTG pada pendugaan langsung. Perbandingan KTG pada pendugaan lansung dan pendugaan tidak langsung dengan metode bootstrap parametrik dapat dilihat pada Gambar 3.

Tabel 3 Hasil Pendugaan Pengeluaran per Kapita serta nilai Kuadrat Tengah Galat (KTG)

NAMA DESA	Pendugaan Langsung		Pendugaan Tidak Langsung			
	Pengeluaran per Kapita (xRp100,000)	KTG	Pengeluaran per Kapita (xRp100,000)	KTG_PB	KTG_NPB	Selisih KTG_PB dan KTG_NPB
SUKALUYU	2.7452	1.3631	2.7299	0.3423	0.9631	0.6208
CIBEBER I	2.9524	2.8803	2.7636	0.4869	1.3437	0.8568
LEUWISADENG	1.5999	0.1254	1.6789	0.0127	0.1423	0.1296
SITU UDIK	2.1565	0.8368	2.2259	0.2464	0.8439	0.5975
SUKAMAJU	2.5144	0.5314	2.6797	0.1249	0.6502	0.5252
CIBANTENG	4.5817	4.1470	3.6627	0.9202	2.4924	1.5722
PETIR	3.8164	5.6294	3.9037	0.9551	2.8567	1.9016
BABAKAN	12.2085	8.5660	7.2438	1.1071	3.9258	2.8187
PARAKAN	3.3951	2.2400	3.5573	0.4094	1.5115	1.1021
SIRNAGALIH	4.4124	6.9917	3.7902	0.5611	1.6500	1.0888
TAJUR HALANG	2.4229	6.5065	2.5701	3.0403	1.9147	-1.1256
CIADEG	3.1895	2.6605	3.0562	0.6456	1.4403	0.7946
CIBEDUG	3.1967	2.0275	3.3084	0.5760	1.6443	1.0683
TUGU SELATAN	4.6979	7.6198	3.5410	0.9498	2.7313	1.7815
MEGAMENDUNG	2.7404	2.4845	2.9593	0.6773	1.6630	0.9856
CIKEAS	4.6573	2.7236	3.2936	0.4821	1.4371	0.9550
KADUMANGU	2.7944	3.2767	3.1278	0.4608	1.4664	1.0055
SUKAWANGI	2.2923	0.3729	2.3783	0.0701	0.3686	0.2985
BABAKAN RADEN	2.0794	0.8880	2.3399	0.1796	0.7510	0.5714
BENDUNGAN	2.6816	1.1612	2.6620	0.3583	0.9812	0.6229
JONGGOL	3.2826	0.9708	3.5431	0.2192	1.0299	0.8107
CILEUNGSI KIDUL	6.7886	28.0776	4.6647	1.6599	4.9573	3.2975
NAMBO	4.1217	5.1391	3.7529	0.5024	1.5702	1.0678
TLAJUNG UDIK	11.6008	57.5510	7.3426	8.7388	27.5609	18.8221
LEUWINUTUG	3.2742	3.0590	4.1972	0.5238	1.6952	1.1714
CITEUREUP	4.4239	5.2260	4.2313	0.6480	1.8316	1.1836
NANGGEWER	5.2750	8.0591	3.9768	0.8263	2.4822	1.6559
TENGAH	5.8689	5.0738	5.8127	0.9163	3.4105	2.4941
CIRIMEKAR	7.0919	14.2110	6.0188	1.1071	4.2197	3.1126
BOJONG GEDE	4.9916	5.9542	4.4461	2.0579	6.4784	4.4205
RAGAJAYA	3.4635	0.8814	4.0666	0.2276	1.1477	0.9200
SUKMAJAYA	3.8208	3.7784	3.2592	0.6264	1.5268	0.9004
RANCA BUNGUR	5.0367	11.5076	3.5702	0.6229	1.8472	1.2243
PARUNG	4.0271	4.8900	4.8990	0.7857	2.5902	1.8045
CIHOWE	3.4689	2.8958	3.2952	0.6977	1.6943	0.9966
PENGASINAN	4.1890	2.2824	3.5185	0.4008	1.1564	0.7556
CIPINANG	3.7042	1.0880	3.1461	0.3083	0.9829	0.6746
BANYU RESMI	3.4507	3.3191	2.9512	0.5396	1.4190	0.8793
PASIR MADANG	2.6386	1.1581	2.7721	0.3009	1.0182	0.7174
JAGABAYA	2.1700	0.6433	2.2510	0.1507	0.6239	0.4732
	Rata-rata selisih KTG_PB dan KTG_NPB					1.6388

Keterangan:
KTG_PB = KTG menggunakan metode bootstrap parametrik
KTG_NPB = KTG menggunakan metode bootstrap nonparametrik



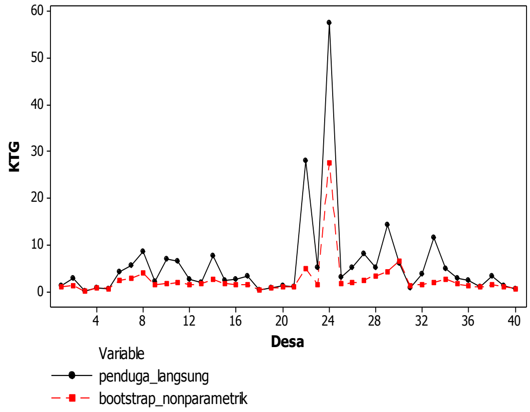
Gambar 3 Diagram Garis Nilai Dugaan KTG pada Bootstrap Parametrik dan Pendugaan Langsung.

Karena nilai dugaan KTG pada pendugaan tidak langsung dengan metode bootstrap parametrik cenderung lebih kecil daripada nilai dugaan KTG pada pendugaan langsung, secara umum pendugaan pengeluaran per kapita pada pendugaan tidak langsung dengan metode PTLTE menghasilkan dugaan dengan presisi yang lebih baik dibandingkan pendugaan langsung. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa hasil pendugaan dengan metode PTLTE dapat memperbaiki hasil pendugaan langsung.

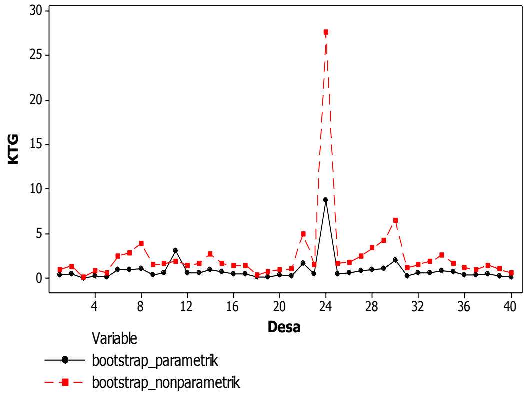
Pendugaan KTG dengan Bootstrap Nonparametrik

Hasil pendugaan KTG dengan metode bootstrap nonparametrik cenderung memiliki nilai yang lebih kecil dibandingkan dugaan KTG pada pendugaan langsung. Namun terdapat beberapa desa yang hasil dugaan KTG dengan bootstrap nonparametrik lebih besar daripada dugaan KTG pada pendugaan langsung. Beberapa desa tersebut diantaranya adalah desa Leuwisadeng, Situ Udik, Sukamaju, Jonggol, Bojonggede, serta Ragajaya. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 4. Berdasarkan pendugaan KTG tersebut dapat diartikan bahwa pendugaan pengeluaran per kapita pada pendugaan tidak langsung dengan metode PTLTE memberikan dugaan dengan presisi yang lebih baik dibandingkan pendugaan langsung. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa hasil pendugaan dengan metode PTLTE dapat memperbaiki hasil pendugaan langsung.

Hasil pendugaan KTG dengan metode bootstrap parametrik cenderung memiliki nilai yang lebih kecil daripada hasil pendugaan KTG dengan metode bootstrap nonparametrik. Namun terdapat satu desa yang memiliki dugaan KTG dengan bootstrap parametrik lebih besar daripada dugaan KTG dengan bootstrap nonparametrik, yaitu desa Tajur Halang. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 4 Diagram Garis Nilai Dugaan KTG pada Bootstrap Nonparametrik dan Pendugaan Langsung.



Gambar 5 Diagram Garis Nilai Dugaan KTG pada Bootstrap Parametrik dan Bootstrap Nonparametrik.

Meskipun bootstrap parametrik memberikan hasil dugaan KTG yang cenderung lebih kecil dibandingkan bootstrap nonparametrik, namun kedua metode tersebut sama-sama memberikan hasil dugaan KTG yang lebih kecil dibandingkan pendugaan langsung. Sehingga hasil dugaan KTG pada kedua metode tersebut memberikan kesimpulan yang sama terhadap presisi pendugaan pengeluaran per kapita dengan metode PTLTE yang dapat memperbaiki hasil pendugaan langsung.

SIMPULAN

Pendugaan KTG menggunakan metode bootstrap parametrik cenderung menghasilkan dugaan yang lebih kecil dibandingkan metode bootstrap nonparametrik. Berdasarkan dugaan KTG dari kedua metode tersebut, pendugaan pengeluaran per kapita dengan metode PTLTE memiliki presisi yang lebih baik sehingga mampu memperbaiki hasil pendugaan langsung.

SARAN

Kajian lebih lanjut diperlukan dalam menyelesaikan masalah pada pendugaan KTG dalam statistik area kecil dengan respon bersebaran Lognormal. Transformasi logaritma pada model dapat digunakan untuk mengatasi masalah tersebut. Atau sebaran Lognormal tersebut sebaiknya digunakan untuk pendugaan beta dalam model.

DAFTAR PUSTAKA

[BPS]. Badan Pusat Statistika. 2009. http://www.bps.go.id/publikasi/2009 [28 Mei 2011].

Butar FB, Lahiri P. 2003. On measures of Uncertainty of Empirical Bayes Small Area Estimators. In: Rao JNK. Jackknife and Bootstrap Method for Small Area Estimation. *Section on Survey Method* : 2915-2929.

Daniel WW. 1990. *Applied Nonparametric Statistics.* Boston: PWS-KENT Publishing Company.

Efron B, Tibshirani RJ. 1993. *An introduction to the bootstrap*. New York: Chapman & Hall.

Fay RE, Herriot RA. 1979. Estimates of Income for Small Places : An Application of James-Stein Procedures to Census Data. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, p: 269-277.

Jiang J, Lahiri P, Wan SM. 2002. A Unified Jackknife Theory for Empirical Best Prediction With *M*-Estimation. *The Annals of Statistics* 30:1782 [terhubung berkala]. http://www.jstor.org/pss/1558740 [1 Februari 2011].

Kurnia A, Notodiputro KA. 2006b. EB-EBLUP MSE Estimator on Small Area Estimation with Application to BPS Data. Paper presented in International Conference on Mathematical Sciences1. Bandung 19-21 Juni 2006.

Pfeffermann D, Glickman H. 2004. Mean Square Error Approximation in Small Area Estimation By Use of Parametric and Nonparametric Bootstrap. *ASA Section on Survey Research Methods* : 4617-4178. http://www.amstat.org/sections/srms/proceedings/y2004/files/Jsm2004-000770.pdf [13 Desember 2010].

Ramsini B, *et al*. 2001. Uninsured Estimates by County: A Review of option and Issues. http://www.odh.ohio.gov/Data/OFHSurv/ofhsrfq7.pdf. [19 Juni 2011].

Rao JNK. 2003. *Small Area Estimation*. New Jersey: John Willey & Sons, Inc.

.