

ESTIMASI *TAIL VALUE AT RISK RETURN* PORTOFOLIO TIGA OBLIGASI MENGGUNAKAN SIMULASI MONTE-CARLO

*B. Setiawaty¹, H. A. F Istiadi², Ruhiyat¹, dan W. Erliana¹

¹) Departemen Matematika, FMIPA,
Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor.
berlianse@apps.ipb.ac.id.*corresponding author
ruhiyat-mat@apps.ipb.ac.id, windi@apps.ipb.ac.id

²) Program Studi S-1 Aktuaria, Departemen Matematika, FMIPA,
Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor.
hadid_277@apps.ipb.ac.id

Abstrak

Tail Value at Risk (TVaR) adalah salah satu ukuran untuk menunjukkan tingkat risiko, salah satunya adalah risiko investasi pada obligasi. Penelitian ini bertujuan untuk mengestimasi TVaR *return* portofolio yang terdiri atas tiga obligasi, yaitu OBMR, OSSB, dan OBJB. Data yang digunakan adalah data harga obligasi harian OBMR, OSSB, dan OBJB dari tanggal 1 Oktober 2022 sampai 30 Desember 2022. Untuk menyusun portofolio yang optimal, digunakan metode *Mean-Variance Efficient Portfolio*. Proporsi portofolio optimal terdiri atas OBMR 82.28%, OSSB 3.99%, dan OBJB 13.73%. Menggunakan proporsi tersebut diperoleh *return* portofolio. Untuk menghitung TVaR *return* portofolio diperlukan sebaran setiap *return* obligasi. Dari hasil penghitungan, diperoleh *return* OBMR dan OBJB menyebar logistik, dan *return* OSSB menyebar normal. Menggunakan simulasi Monte-Carlo diperoleh estimasi sebaran *return* portofolio. Dari sebaran tersebut diperoleh estimasi TVaR *return* portofolio. Hasil penghitungan menunjukkan bahwa semakin besar tingkat kepercayaan yang digunakan, semakin besar pula risiko kerugian (TVaR). Semakin lama periode waktu pengukuran, semakin tinggi pula risikonya yang ditunjukkan oleh semakin tingginya nilai TVaR.

Kata kunci: Metode *Mean-Variance Efficient*, obligasi, portofolio, *return*, simulasi Monte-Carlo, *Tail Value at Risk*

1 Pendahuluan

Menurut Bierman Jr [3] portofolio adalah sekumpulan atau kombinasi dua atau lebih jenis investasi dengan tingkat risiko dan keuntungan yang berbeda-beda dalam jangka waktu tertentu untuk mendapatkan keuntungan yang maksimum dengan risiko minimum. Konsep dasar yang dinyatakan dalam portofolio adalah bagaimana mengalokasikan sejumlah dana tertentu pada berbagai jenis investasi yang akan menghasilkan keuntungan yang optimal.

Terdapat beberapa ukuran risiko, dua di antaranya adalah *Value at Risk* (VaR) dan *Tail Value at Risk* (TVaR). VaR adalah suatu ukuran yang memperkirakan kerugian maksimum dari suatu aset atau portofolio aset pada tingkat kepercayaan tertentu pada periode waktu tertentu. Investor biasa menggunakan nilai VaR sebagai tolak ukur dalam menentukan target risiko. Menurut Zhang *et al.* [9] metode-metode yang biasa digunakan untuk memprediksi nilai VaR di antaranya adalah simulasi historis, metode *mean-variance*, simulasi Monte-Carlo, dan model *multi-distribution*, seperti *Multivariate DCC-GARCH* (*Dynamic Conditional Correlation-Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity*).

Ukuran risiko haruslah koheren yaitu memenuhi empat prinsip, yaitu *translation invariant*, *sub-additivity*, *positive homogeneity*, dan *monotonicity*, supaya dapat digunakan secara efektif dalam mengukur risiko. Dalam hal ini VaR memiliki kelemahan yaitu tidak memenuhi *sub-additivity*, yang berarti VaR dari suatu portofolio mungkin lebih besar daripada VaR dari satu aset tunggal dalam portofolio tersebut. Hal ini jelas bertentangan dengan prinsip diversifikasi risiko. Oleh sebab itu, digunakan *Tail Value at Risk* (TVaR) yang didefinisikan sebagai nilai harapan bersyarat dari kerugian yang melebihi VaR. Berdasarkan [2], TVaR dinilai lebih unggul daripada VaR karena memenuhi keempat prinsip dari ukuran risiko yang koheren sehingga dapat mengoptimalkan portofolio pasar baik yang mengikuti sebaran normal maupun tidak dan dapat digunakan untuk mengelola risiko secara efektif.

Obligasi merupakan surat utang jangka pendek, menengah, atau panjang yang dapat diperjualbelikan di pasar sekunder yang berisi kontrak perjanjian dari pihak yang menerbitkan surat utang untuk membayarkan imbalan dalam bentuk bunga atau kupon pada periode tertentu dan melunasi pokok pinjaman pada waktu yang telah ditentukan kepada pihak yang memegang obligasi (Bunaidy [4]). Obligasi juga dapat diperjualbelikan sebelum jatuh tempo. Konsepnya mirip dengan jual beli saham, di mana investor akan mendapatkan hasil penjualan sesuai dengan nilai obligasi saat dijual. Ini memungkinkan investor untuk memanfaatkan potensi *capital gain* atau menghadapi risiko *capital loss*.

Penelitian ini bertujuan untuk mengestimasi *Tail Value at Risk return* portofolio yang terdiri atas tiga aset obligasi, yaitu obligasi Berkelanjutan I Bank Mandiri tahap III 2018 (OBMR), obligasi Berkelanjutan III SulSelBar tahap I 2021 Seri B (OSSB), dan obligasi Subordinasi III Bank BJB tahap I 2021 Seri A (OBJB) dengan simulasi Monte-Carlo.

2 Teori Dasar

2.1 Sebaran Normal dan Logistik

Sebaran Normal

Peubah acak kontinu X dikatakan menyebar normal jika fungsi kepadatan peluangnya adalah

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right), \quad x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

dengan $\mu \in \mathbb{R}$ dan $\sigma > 0$. $E[X] = \mu$, $Var(X) = \sigma^2$ (Grimmett dan Stirzaker [5]).

Sebaran Logistik

Peubah acak kontinu X dikatakan menyebar logistik jika fungsi kepekatan peluangnya adalah

$$f(x) = \frac{\exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}{\sigma\left(1 + \exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^2}, \quad x \in \mathbb{R} \quad (2)$$

dengan $\mu \in \mathbb{R}$ dan $\sigma > 0$. μ merupakan *location parameter* dan σ merupakan *scale parameter*. $E[X] = \mu$, $Var(X) = \sigma^2 \cdot \frac{\pi^2}{3}$ (Gupta dan Kundu [6]).

2.2 Portofolio Tiga Obligasi

Obligasi merupakan surat utang jangka pendek, menengah, atau panjang yang dapat diperjualbelikan di pasar sekunder yang berisi kontrak perjanjian dari pihak yang menerbitkan surat utang untuk membayarkan imbalan dalam bentuk bunga atau kupon pada periode tertentu dan melunasi pokok pinjaman pada waktu yang telah ditentukan kepada pihak yang memegang obligasi (Bunaidy [4]).

Return (imbal hasil) merupakan salah satu faktor yang memotivasi investor untuk berinvestasi karena dapat menggambarkan secara nyata perubahan harga. Misalkan $P_{i,t}$ adalah harga obligasi ke- i , $i = 1, 2, 3$, pada waktu ke- t , dengan $t = 1, 2, \dots, n$. *Return* obligasi ke- i , pada waktu ke- t dapat dihitung dengan formula berikut

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}, \quad t = 2, 3, \dots, n. \quad (3)$$

(Oppong *et al.* [8]).

Return portofolio dari tiga obligasi pada waktu ke- t dapat ditulis sebagai berikut

$$R_{p,t} = w_1 R_{1,t} + w_2 R_{2,t} + w_3 R_{3,t}, \quad t = 2, 3, \dots, n. \quad (4)$$

dengan $w_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3$, dan $w_1 + w_2 + w_3 = 1$.

2.3 Mean-Variance Efficient Portfolio

Mean Variance Efficient Portfolio (MVEP) merupakan salah satu metode dalam pembentukan portofolio optimal. MVEP bertujuan untuk mencari vektor pembobotan (\mathbf{w}) agar portofolio yang dibentuk mempunyai ragam yang minimum.

Misalkan R_i adalah peubah acak yang menyatakan *return* obligasi ke- i , $i = 1, 2, 3$. *Return* portofolio dari ketiga obligasi tersebut dari Persamaan (4) menjadi

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + w_3 R_3 \quad (5)$$

dengan

$$w_i \geq 0, i = 1, 2, 3, \text{ dan } \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{1} = 1$$

di mana

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Mean portofolio adalah

$\mu_p = E[R_p] = w_1 E[R_1] + w_2 E[R_2] + w_3 E[R_3] = w_1 \mu_1 + w_2 \mu_2 + w_3 \mu_3 = \mathbf{w}_T \cdot \boldsymbol{\mu}$
dengan

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{pmatrix}.$$

Matriks koragam dari R_1, R_2, R_3 adalah

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} Cov(R_1, R_1) & Cov(R_1, R_2) & Cov(R_1, R_3) \\ Cov(R_2, R_1) & Cov(R_2, R_2) & Cov(R_2, R_3) \\ Cov(R_3, R_1) & Cov(R_3, R_2) & Cov(R_3, R_3) \end{pmatrix}.$$

Masalah pengoptimuman menjadi: menentukan \mathbf{w} yang meminimumkan

$$Var(R_P) = Var(w_1R_1 + w_2R_2 + w_3R_3) = \mathbf{w}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{w} \quad (6)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^T \cdot \boldsymbol{\mu} &= \mu_P \\ \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{1} &= 1. \end{aligned}$$

Masalah ini dapat diselesaikan dengan metode Lagrange. Definisikan fungsi Lagrange sebagai berikut

$$L = \mathbf{w}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{w} + \gamma_1(\mathbf{w}^T \cdot \boldsymbol{\mu} - \mu_P) + \gamma_2(\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{1} - 1)$$

dengan γ_1 dan γ_2 adalah faktor pengali Lagrange. Dengan menurunkan L terhadap w_1, w_2 dan w_3 dan disamakan dengan 0, Abdurrahman [1] memperoleh bobot optimal \mathbf{w} sebagai berikut

$$\mathbf{w} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \cdot \mathbf{1}}{\mathbf{1}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \cdot \mathbf{1}} \quad (7)$$

dengan $\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$ adalah invers matriks koragam $\boldsymbol{\Sigma}$.

2.4 Tail Value at Risk

Value at Risk (VaR) pada tingkat kepercayaan α , dengan $\alpha \in (0,1)$ untuk peubah acak risiko X dinotasikan dengan $VaR_\alpha(X)$ didefinisikan sebagai

$$VaR_\alpha(X) = \inf\{x \in \mathbb{R} : Pr(X > x) \leq 1 - \alpha\}. \quad (8)$$

(McNeil *et al.* [7]). Perhatikan bahwa $VaR_\alpha(X) = \pi_\alpha$ yaitu kuantil ke- α .

Tail Value at Risk (TVaR) pada tingkat kepercayaan α , dengan $\alpha \in (0,1)$ untuk peubah acak risiko X dinotasikan dengan $TVaR_\alpha(X)$ didefinisikan sebagai

$$TVaR_\alpha(X) = E[X|X \leq VaR_\alpha(X)] \quad (9)$$

(McNeil *et al.* [7]).

3 Data dan Metode Penelitian

3.1 Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah 64 data harga penutupan harian obligasi pada periode 1 Oktober 2022 sampai 30 Desember 2022. Obligasi yang dipilih adalah Obligasi Berkelanjutan I Bank Mandiri Tahap III 2018 (OBMR), Obligasi Berkelanjutan III SulSelBar Tahap I 2021 Seri B (OSSB), dan Obligasi Subordinasi III Bank BJB Tahap I 2021 Seri A (OBJB). Data harga obligasi yang digunakan diperoleh melalui *Bloomberg*.

3.2 Langkah-langkah Penelitian

Langkah-langkah analisis dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menganalisis karakteristik data harga penutupan OBMR ($P_{1,t}$), OSSB ($P_{2,t}$), OBJB ($P_{3,t}$), untuk $t = 1, 2, \dots, 64$.
2. Menghitung *return* harian obligasi untuk setiap aset dengan formula Persamaan (3)

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}, \quad i = 1, 2, 3 \text{ dan } t = 2, 3, \dots, 64.$$

3. Melakukan analisis statistika deskriptif terhadap *return* setiap obligasi yang meliputi:
 - a. Analisis data secara kuantitatif seperti nilai harapan, standar deviasi, serta ukuran pemusatan dan penyebaran data melalui *kurtosis* dan *skewness* untuk mengetahui kesimetrisan distribusi data *return* tiap obligasi.
 - b. Membuat visualisasi data seperti grafik garis *return* obligasi dan histogram *return* tiap obligasi untuk mengetahui sebaran data.
 - c. Analisis sebaran *return* obligasi dengan bantuan *Cullen and Frey Graph* pada package R *fitdstrplus*.
4. Menguji hipotesis sebaran *return* obligasi dengan uji Kolmogorov-Smirnov.
5. Membentuk portofolio optimal dengan metode *Mean-Variance Efficient Portfolio* (MVEP) dengan bobot yang dihitung dengan formula Persamaan (7)

$$w = \frac{\Sigma^{-1} \cdot \mathbf{1}}{\mathbf{1}^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot \mathbf{1}}$$

6. Mengestimasi *Value at Risk* dan *Tail-Value at Risk* dengan simulasi Monte-Carlo pada portofolio optimal dengan tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99%.

4 Estimasi *Tail Value at Risk Return* Portofolio Tiga Obligasi

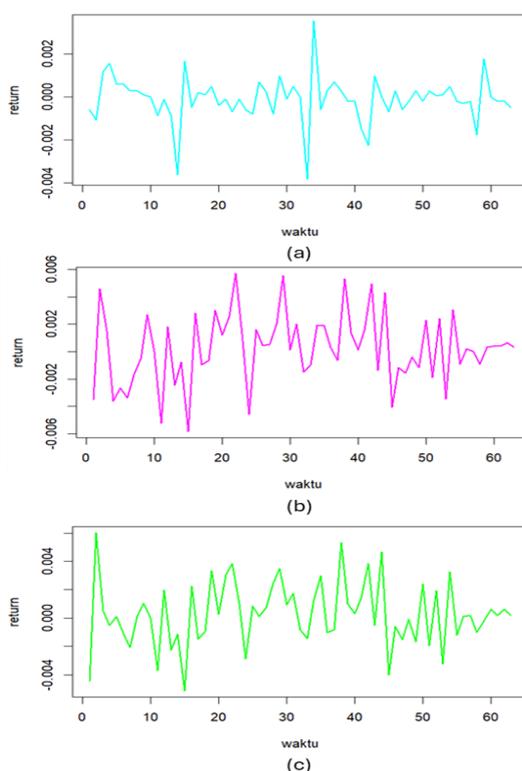
4.1 Statistika Deskriptif *Return* Obligasi

Data yang digunakan merupakan data obligasi dengan periode harian dari 1 Oktober 2022 sampai 30 Desember 2022. Analisis yang dapat dilihat dari data obligasi OBMR, OSSB, dan OBJB adalah perubahan ketiga *return* obligasi tersebut setiap harinya. Perubahan *return* harian obligasi selama periode pengamatan dapat dilihat pada Gambar 1, yang menunjukkan bahwa pergerakan *return* harian dari obligasi OBMR, OSSB dan OBJB sangat fluktuatif. Statistika deskriptif *return* harian setiap obligasi disajikan pada Tabel 1.

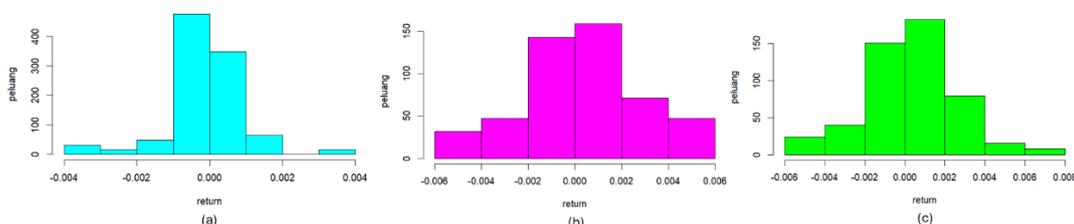
Tabel 1. Statistika deskriptif *return* tiap obligasi

	Statistik		
	OBMR	OSSB	OBJB
Banyaknya data	63	63	63
<i>Mean</i>	-0.010%	0.024%	0.029%
Standar deviasi	0.00107	0.00260	0.00230
<i>Skewness</i>	0.58395	0.03528	0.12117
<i>Kurtosis</i>	4.64197	0.04457	0.20429

Tabel 1 menunjukkan bahwa *skewness return* setiap obligasi nilainya mendekati 0. Hal ini menunjukkan bahwa sebaran *return* setiap obligasi hampir simetris seperti ditunjukkan histogram peluang *return* pada Gambar 2. Jadi sebaran *return* mungkin normal atau sebaran lain yang simetris seperti logistik.



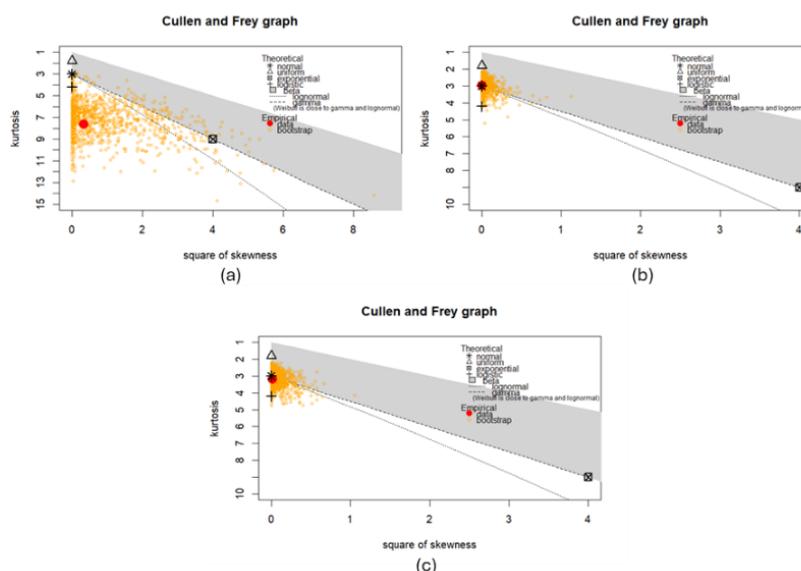
Gambar 1. (a) *Return* OBMR, (b) *Return* OSSB, dan (c) *Return* OBJB



Gambar 2. Histogram peluang *return* (a) OBMR, (b) OSSB, dan (c) OBJB

Menggunakan bantuan R, dilakukan analisis dengan *Cullen and Frey Graph* untuk menentukan kemungkinan sebaran *return* tiap obligasi. Hasil analisis dapat dilihat pada Gambar 3. Berdasarkan Gambar 3, dapat dilihat bahwa sumbu- x (*square of skewness*) menunjukkan nilai kuadrat dari *skewness* data. *Skewness* mengukur asimetri sebaran data. Jika nilai *skewness* positif, sebaran miring ke kanan, jika negatif, sebaran miring ke kiri. Sumbu- y (*kurtosis*) menunjukkan nilai kurtosis data. Kurtosis mengukur keruncingan distribusi data. Nilai kurtosis yang tinggi menunjukkan sebaran dengan puncak yang lebih tajam sementara nilai rendah menunjukkan sebaran yang lebih datar. Titik biru menunjukkan posisi data *return* obligasi. Titik kuning menunjukkan nilai *bootstrapped* yang dihasilkan untuk data *return*. Nilai *bootstrap* yang digunakan dalam penelitian ini sebanyak 1000. Untuk Gambar 3 (a) dapat dilihat titik merah atau data *return* mendekati simbol tambah (+) yang berarti data observasi OBMR cenderung menyebar logistik. Sementara untuk Gambar 3 (b), titik merah terletak pada simbol asteris (*) yang berarti data observasi OSSB cenderung menyebar normal. Pada Gambar

3 (c) titik merah mendekati simbol tambah dan asteris sehingga memungkinkan menyebar normal maupun logistik.



Gambar 3. *Cullen and Frey Graph* untuk (a) OBMR, (b) OSSB, dan (c) OBJB

4.2 Penentuan Dugaan Parameter Sebaran *Return Obligasi*

Menurut hasil analisis *Cullen and Frey Graph*, dapat diperkirakan bahwa salah satu *return obligasi* menyebar normal dan dua di antaranya menyebar logistik. Untuk menentukan dugaan parameter digunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Pemilihan sebaran yang terbaik dengan mengambil hasil *log-likelihood* terbesar dan nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC) terkecil.

Tabel 2 menunjukkan hasil dugaan parameter menggunakan metode MLE untuk sebaran normal dan logistik. Nilai *log-likelihood* dan AIC untuk dugaan parameter yang bersesuaian ditunjukkan oleh Tabel 3.

Tabel 2. Hasil dugaan parameter sebaran *return obligasi*

Obligasi	Dugaan parameter sebaran normal		Dugaan parameter sebaran logistik	
	Nilai harapan ($\hat{\mu}$)	Standar deviasi ($\hat{\sigma}$)	<i>Location</i> ($\hat{\mu}$)	<i>Scale</i> ($\hat{\sigma}$)
OBMR	-0.0000970564	0.0010644486	-0.0000582574	0.0005059352
OSSB	0.0002359849	0.0025784211	0.0002429377	0.0014599884
OBJB	0.0002873244	00.022770035	0.0002440046	0.00127517954

Tabel 3. Nilai *log-likelihood* dan AIC

Obligasi	<i>Log-likelihood</i>		AIC	
	Normal	Logistik	Normal	Logistik
OBMR	196.798	203.563	-389.596	-403.125
OSSB	141.060	140.654	-278.121	-277.308
OBJB	148.892	148.894	-293.785	-293.789

Berdasarkan nilai AIC terkecil pada Tabel 3, dapat disimpulkan bahwa *return* OBMR diduga menyebar logistik dengan parameter $\hat{\mu} = -0.0000582574$ dan $\hat{\sigma} = 0.0005059352$. *Return* OSSB diduga menyebar normal dengan parameter $\hat{\mu} = 0.0002359849$ dan $\hat{\sigma} = 0.0025784211$. *Return* OBJB diduga menyebar logistik dengan parameter $\hat{\mu} = 0.0002440046$ dan $\hat{\sigma} = 0.00127517954$.

4.3 Uji Hipotesis Sebaran *Return* Obligasi

Untuk memastikan dugaan sebaran *return* obligasi dilakukan uji hipotesis Kolmogorov-Smirnov (uji K-S), dengan hipotesis sebagai berikut:

1. Hipotesis *return* OBMR

H_0 : *Return* OBMR menyebar logistik ($-0.0000582574, 0.0005059352$)

H_1 : *Return* OBMR tidak menyebar logistik ($-0.0000582574, 0.0005059352$)

2. Hipotesis *return* OSSB

H_0 : *Return* OSSB menyebar normal ($0.0002359849, 0.0025784211$)

H_1 : *Return* OSSB tidak menyebar normal ($0.002359849, 0.025784211$)

3. Hipotesis *return* OBJB

H_0 : *Return* OBJB menyebar logistik ($0.0002440046, 0.00127517954$)

H_1 : *Return* OBJB tidak menyebar logistik ($0.0002440046, 0.00127517954$)

Menggunakan pemrograman R, diperoleh *p-value* untuk untuk ketiga uji K-S di atas yang ditunjukkan oleh Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Hasil uji hipotesis dengan uji Kolmogorov-Smirnov

	Obligasi			
	OBMR	OSSB	OBJB	
Banyaknya data	63	63	63	
Parameter	$\hat{\mu}$	-0.0000582574	0.0002359849	0.0002440046
	$\hat{\sigma}$	0.0005059352	0.0025784211	0.0012751795
<i>p-value</i>	0.3743645637	0.9818001685	0.9558258973	

Dari Tabel 4, terlihat bahwa seluruh *p-value* > 0.1 , sehingga tidak ada bukti untuk menolak H_0 .

4.4 Pembentukan Portofolio Optimal

Strategi untuk mengurangi tingkat risiko investasi yaitu dengan melakukan diversifikasi aset dengan membentuk portofolio. Metode pembentukan portofolio optimal yang digunakan yaitu *Mean Variance Efficient Portfolio* (MVEP).

Pada pembentukan portofolio dengan metode MVEP diperlukan matriks koragam dari obligasi OBMR, OSSB, dan OBJB. Matriks koragam ketiga obligasi tersebut yaitu sebagai berikut.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0.0000011513 & -0.0000001122 & -0.0000000041 \\ -0.0000001122 & 0.0000067555 & 0.0000055724 \\ -0.0000000041 & 0.0000055724 & 0.0000052684 \end{pmatrix}$$

dan inversnya

$$\Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} 878877.1 & 110046.7 & -115716.3 \\ 110046.7 & 1174521.7 & -1242215.7 \\ -115716.3 & -1242215.7 & 1503623.7 \end{pmatrix}.$$

Berdasarkan Persamaan (7), diperoleh proporsi setiap obligasi adalah

$$w = \frac{\begin{pmatrix} 878877.1 & 110046.7 & -115716.3 \\ 110046.7 & 1174521.7 & -1242215.7 \\ -115716.3 & -1242215.7 & 1503623.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{(1 \ 1 \ 1) \begin{pmatrix} 878877.1 & 110046.7 & -115716.3 \\ 110046.7 & 1174521.7 & -1242215.7 \\ -115716.3 & -1242215.7 & 1503623.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 0.8228 \\ 0.0399 \\ 0.1373 \end{pmatrix}.$$

Jadi didapatkan portofolio optimal dengan proporsi obligasi OBMR 82.28% , obligasi OSSB 3.99% dan obligasi OBJB 13.73%.

4.5 Estimasi TVaR Portofolio

Return portofolio optimal dari tiga obligasi mempunyai bentuk

$$R_p = 0.8228 R_1 + 0.0399 R_2 + 0.1373 R_3 \quad (10)$$

dengan

R_1 menyebar logistik $(-0.0000582574, 0.0005059352)$,

R_2 menyebar normal $(0.0002359849, 0.0025784211)$, dan

R_3 menyebar logistik $(0.0002440046, 0.00127517954)$.

Karena sebaran R_p sulit ditentukan secara analitik, maka digunakan simulasi Monte-Carlo untuk menentukan TVaR portofolio ($TVaR(R_p)$). Algoritma untuk menghitung nilai VaR dan TVaR portofolio adalah sebagai berikut:

- Melakukan simulasi nilai *return* portofolio dengan membangkitkan secara acak *return* setiap obligasi berdasarkan sebaran yang telah ditentukan sebanyak n nilai, dengan $n = 1\ 000, 10\ 000, 100\ 000$.
- Menghitung nilai VaR portofolio pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dalam periode waktu t hari, dengan $\alpha = 10\%, 5\%, 1\%$ dan $t = 30, 180$.
- Menghitung nilai TVaR portofolio pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dalam periode waktu t ($t = 30, 180$) hari.
- Melakukan iterasi sebanyak 100 kali sehingga dihasilkan 100 nilai VaR dan TVaR portofolio.
- Menghitung rata-rata nilai VaR dan TVaR portofolio dari 100 iterasi pengulangan.

Hasil penghitungan secara simulasi akan dikalikan dengan uang investasi awal yang dinotasikan dengan W_0 sebesar Rp 10 000 000 dan periode yang dipakai adalah periode selama 30 hari (1 bulan) dan 180 hari (6 bulan). Hasil dari VaR dan TVaR disajikan pada Tabel 7 dan Tabel 8. Berdasarkan hasil Tabel 7, dapat diketahui bahwa tingkat kepercayaan yang lebih besar akan menghasilkan nilai VaR dan TVaR yang lebih besar pula. Dana investasi awal W_0 sebesar Rp 10 000 000, maka investasi pada portofolio diperkirakan mengalami kerugian maksimum sebesar Rp 55 846 dengan tingkat kepercayaan 90%, sebesar Rp 73 871 dengan tingkat kepercayaan 95%, dan sebesar Rp 112 589 dengan tingkat kepercayaan 99%.

Tabel 7. Hasil Perhitungan VaR dan TVaR dengan waktu investasi selama 30 hari

(dalam rupiah)

Banyaknya data	Tingkat Kepercayaan					
	90%		95%		99%	
	VaR	TVaR	VaR	TVaR	VaR	TVaR
1 000	-56 246	-81 234	-74 012	-97 991	-111 818	-134 672
10 000	-55 840	-80 820	-73 801	-97 743	-112 225	-135 404
100 000	-55 846	-80 921	-73 871	-97 900	-112 589	-135 645

Untuk mengatasi situasi ekstrem yang dapat menyebabkan tingkat risiko melebihi VaR maka diperlukan ukuran risiko lain yaitu TVaR. Dengan besar modal yang sama, didapatkan estimasi nilai risiko sebesar Rp 80 921 dengan tingkat kepercayaan 90%, Rp 97 900 dengan tingkat kepercayaan 95%, dan Rp 135 645 dengan tingkat kepercayaan 99%. Estimasi risiko investasi ini dilakukan untuk periode waktu 30 hari.

Tabel 8. Hasil Perhitungan VaR dan TVaR dengan waktu investasi selama 180 hari (dalam rupiah)

Banyaknya data	Tingkat Kepercayaan					
	90%		95%		99%	
	VaR	TVaR	VaR	TVaR	VaR	TVaR
1 000	-137 775	-198 982	-181 292	-240 029	-273 898	-329 878
10 000	-136 781	-197 968	-180 775	-239 421	-274 894	-331 672
100 000	-136 796	-198 217	-180 947	-239 807	-275 785	-332 262

Nilai VaR dan TVaR untuk periode waktu 180 hari ditunjukkan oleh Tabel 8. Investasi portofolio diperkirakan mengalami kerugian maksimum sebesar Rp 136 796 dengan tingkat kepercayaan 90%, Rp 180 947 dengan tingkat kepercayaan 95%, dan Rp 275 785 dengan tingkat kepercayaan 99%. Untuk TVaR estimasi nilai risiko sebesar Rp 198 217 dengan tingkat kepercayaan 90%, Rp 239 807 dengan tingkat kepercayaan 95%, dan Rp 332 262 dengan tingkat kepercayaan 99%.

Investasi portofolio selama 30 hari dan 180 hari menunjukkan bahwa tingkat kepercayaan yang tinggi akan menghasilkan nilai VaR dan TVaR yang besar. Dengan investasi awal sebesar Rp 10 000 000, estimasi kerugian maksimum dan nilai risiko TVaR meningkat seiring dengan kenaikan tingkat kepercayaan. VaR memberikan gambaran kerugian maksimum yang mungkin terjadi pada tingkat kepercayaan tertentu, sementara TVaR memberikan estimasi kerugian rata-rata yang melebihi VaR, sehingga lebih mencerminkan risiko ekstrem. Hal ini menegaskan pentingnya mempertimbangkan TVaR sebagai ukuran risiko tambahan untuk menghadapi situasi ekstrem yang dapat melebihi estimasi VaR. Dengan demikian, pemahaman mendalam tentang VaR dan TVaR diperlukan bagi investor dalam merencanakan dan mengelola portofolio investasi mereka guna meminimalkan potensi kerugian dan menghadapi ketidakpastian pasar dengan baik.

5 Simpulan

Tail Value at Risk (TVaR) adalah ukuran risiko yang dapat digunakan untuk mengukur risiko yang lebih besar dari VaR. Untuk menghitung TVaR *return* portofolio yang terdiri atas tiga obligasi OBM, OSSB, dan OBJB diperlukan sebaran setiap

return obligasi. Dari hasil perhitungan, diperoleh *return* OBMR dan OBJB menyebar logistik, dan *return* OSSB menyebar normal.

Komposisi portofolio yang optimal terdiri atas Obligasi Berkelanjutan I Bank Mandiri Tahap III 2018 (OBMR) 82.28%, Obligasi Berkelanjutan III SulSelBar Tahap I 2021 Seri B (OSSB) 3.99%, dan Obligasi Subordinasi III Bank BJB Tahap I 2021 Seri A (OBJB) 13.73%.

Menggunakan proporsi tersebut diperoleh *return* portofolio. Menggunakan simulasi Monte-Carlo diperoleh estimasi sebaran *return* portofolio. Dari sebaran tersebut diperoleh estimasi TVaR *return* portofolio.

Dengan besar modal yang Rp 10 000 000, didapatkan estimasi TVaR untuk periode waktu 30 hari adalah sebesar: Rp 80 921 dengan tingkat kepercayaan 90%, Rp 97 900 dengan tingkat kepercayaan 95%, dan Rp 135 645 dengan tingkat kepercayaan 99%. Dengan besar modal yang sama untuk periode 180 hari, diperoleh estimasi TVaR sebesar: Rp 198 217 dengan tingkat kepercayaan 90%, Rp 239 807 dengan tingkat kepercayaan 95%, dan Rp 332 262 dengan tingkat kepercayaan 99%.

Hasil penghitungan menunjukkan bahwa semakin besar tingkat kepercayaan yang digunakan, semakin besar pula risiko kerugian (TVaR) dan alokasi modal untuk menutupi potensi kerugian tersebut. Semakin lama periode waktu pengukuran, semakin tinggi pula risikonya yang ditunjukkan oleh semakin tingginya nilai TVaR.

Pustaka

- [1] Abdurrahman. 2007. *Buku Ajar Pengantar Statistika Keuangan*. Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.
- [2] Artzner P, Delbaen F, Eber J, Heath D. 1999. Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*. 9(3):203-228.doi: 10.1111/1467-9965.00068.
- [3] Bierman Jr H. 1998. A utility approach to the portfolio allocation decision and the investment horizon. *Journal of Portfolio Management* 25:1-81.
- [4] Bunaidy MR. 2012. *Analisis deskriptif likuiditas obligasi pemerintah Indonesia*. [tesis]. Jakarta (ID): Universitas Indonesia.
- [5] Grimmett GR, Strirzaker DR. 2001. *Probability and Random Processes*. Ed ke-3. New York (US): Oxford Univ Pr.
- [6] Gupta RD, Kundu D. 1999. *Generalized Exponential Distributions: Statistical Inferences*. Saint John (CA): The University of New Brunswick.
- [7] McNeil AJ, Frey R, Embrechts P. 2005. *Quantitative Risk Management*. United Kingdom (UK): Princeton University Press.
- [8] Oppong SO, Asamoah D, Oppong EO. 2016. Value at Risk: Historical Simulation or Monte Carlo Simulation. Di dalam: Oppong SO, editor. *International Conference on Management, Communication and Technology (ICMCT)*.
- [9] Zhang B, Wei Y, Yu J, Lai X, Peng Z. 2014. Forecasting VaR and ES of stock index portfolio: A Vine copula method. *Physica A*. 392(8):1756-1761. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.08.043>