

ANALISIS HUBUNGAN HARGA EMAS DAN PASAR SAHAM MENGUNAKAN *MIXED-COPULAS*

*R. Budiarti, M.Y. Sulaiman, I G.P. Purnaba, W. Erliana, B. Setiawaty dan Ruhiyat

Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor.

retnobu@apps.ipb.ac.id *corresponding author, sulaiman_x97@apps.ipb.ac.id,
purnaba@apps.ipb.ac.id, windi@apps.ipb.ac.id, berlianse@apps.ipb.ac.id, ruhiyat-mat@apps.ipb.ac.id

Abstrak

Gold is considered as a reliable investment tool for long-term savings and/or investment portfolios. Investors who do not like high risks trust gold to be a safe haven commodity that can mitigate the impact of any financial crisis. Gold and stocks are often used as substitutes for each other, where the two have an inverse relationship. Copula is used to capture the dependence relationship between world gold prices and the stock indexes. The data used are the stock index data for the JKSE Indonesia), PSE (Phillipines), Nikkei 225 (Japan), HSI (Hong Kong), and world gold prices (XAU) from January 1, 2014 to December 31, 2019. From the data, the ARMA-GARCH model is made to solve the problem of autocorrelation and heteroscedasticity. Then, the correlation between assets is calculated using the rank correlation. Furthermore, four pairs of data are made from each stock index with the price of gold. Next, the best copula and the estimated Value-at-Risk (VaR) are sought for each portfolio. From the results of the selecting of the best copula for each pair of data, it is found that gold can be a safe haven asset in the Hong Kong's stock market. The VaR results show that the biggest loss is in the Japanese market.

Kata kunci: mixed-copula, gold, stock index

1 Pendahuluan

Emas dianggap sebagai satu alat investasi yang dapat diandalkan untuk tabungan jangka panjang dan/atau portofolio investasi. Investor yang tidak menyukai risiko besar mempercayai emas sebagai komoditas *safe haven* yang dapat memitigasi dampak krisis keuangan. *Safe haven* dapat didefinisikan sebagai “aset yang memiliki nilai korelasi negatif dengan pasar saham pada periode penurunan pasar yang ekstrim dan korelasi yang lemah dengan kelas aset lain yang menawarkan keuntungan diversifikasi” [1].

Dalam pasar yang kompetitif, emas dan saham sering digunakan sebagai pengganti satu sama lain. Hubungan terbalik antara harga emas dan harga saham cukup terkenal, dengan meningkatnya harga emas, investor memilih untuk berinvestasi pada saham yang *undervalued* karena penurunan harga saham dan sebaliknya [12].

Dalam beberapa tahun terakhir, industri keuangan telah menyaksikan serangkaian krisis keuangan (misalnya AS diikuti oleh Eropa) yang memiliki dampak negatif substansial pada manajemen portofolio dan hasil investasi dari berbagai kelas aset. Sebagai contoh, pada Krisis Finansial Global 2007, harga saham menunjukkan kerugian

namun harga emas melambung sehingga menarik perhatian investor untuk memasukkan emas dalam portofolio investasinya untuk tujuan diversifikasi [2]. Beberapa literatur tentang hubungan antara harga emas dan pasar saham telah berkonsentrasi pada penggunaan model GARCH, uji kausalitas, VEC, DCC, dan *single copula* untuk menguji keterkaitan antara harga emas dan indeks harga saham.

Penggunaan *copula* cukup banyak dalam bidang keuangan dan ekonomi, sebab kebanyakan data finansial tidak menyebar normal (non-Gaussian), sehingga informasi tentang kebergantungan data berdasarkan korelasi dapat menyebabkan *misleading* untuk data non-Gaussian [6]. Dengan menggunakan *copula*, dapat ditangkap informasi kebergantungan pada ekor (*tail dependence*) serta struktur kebergantungannya. Informasi perihal keberadaan *tail dependence* dapat membantu kita untuk menentukan apakah kedua data berpasangan yang kita miliki bergerak bersama dalam arah yang sama atau berlawanan [11].

Namun, dalam praktiknya, pasangan data yang berbeda dapat menunjukkan struktur kebergantungan yang berbeda-beda, sedangkan *single copula* hanya dapat menangkap satu jenis struktur kebergantungan. Maka, kami mengusulkan model *copula* campuran (*mixed-copula*) yang berasal dari tiga keluarga *Archimedean copula* yaitu *copula* Clayton, Frank, dan Gumbel, untuk menangkap berbagai macam kemungkinan struktur kebergantungan yang berbeda-beda antara harga emas dan indeks harga saham [12].

Kajian ini bertujuan untuk (1) menganalisis struktur kebergantungan antara harga komoditi emas dengan indeks saham beberapa negara, dan (2) menentukan apakah komoditi emas dapat menjadi aset *safe haven* bagi pasar saham suatu negara.

2 Copula dan *Mixed-Copulas*

Berikut ini diberikan definisi *copula* dan *mixed-copulas* beserta definisi-definisi lainnya yang mendukung pemahaman tentang *copula*. Pada tulisan ini dibatasi definisi *copula* bivariat sesuai dengan kebutuhan penelitian. Selain itu juga diberikan teorema yang sangat penting dalam penggunaan *copula* yaitu Teorema Sklar. Secara garis besar ada 2 famili *copula* yaitu *elliptical copula* dan *Archimedean copula*. Pada penelitian ini digunakan beberapa jenis *Archimedean copula* yaitu *copula* Frank, *copula* Gumbel dan *copula* Clayton.

***Two-Place Real Function* [10]**

Misalkan S_1 dan S_2 adalah himpunan bagian tak kosong dari $\bar{R} = [-\infty, \infty]$, dan H merupakan *two-place real function* jika dan hanya jika H memiliki daerah definisi $H = S_1 \times S_2$. Misalkan $B = [x_1, x_2] \times [y_1, y_2]$ merupakan segiempat dengan titik-titik sudutnya ada di dom H . Volume H dari B diberikan oleh

$$V(B) = H(x_2, y_2) - H(x_1, y_2) - H(x_2, y_1) + H(x_1, y_1).$$

***Two-increasing* [10]**

Two-place real function H disebut *two-increasing* jika $V_H(B) \geq 0$ untuk semua persegi B yang titik-titik sudutnya berada di dalam dom H .

Grounded [10]

Misalkan S_1 memiliki elemen terkecil a_1 dan S_2 memiliki elemen terkecil a_2 . Fungsi $H : S_1 \times S_2 \rightarrow \mathbb{R}$ disebut *grounded* jika $H(x, a_2) = 0 = H(a_1, y)$ untuk setiap (x, y) di $S_1 \times S_2$.

Copula Bivariat [10]

Copula dua dimensi adalah sebuah fungsi C yang memetakan I^2 ke I , dengan $I = [0,1]$, jika memenuhi tiga sifat berikut

1. C adalah *grounded*, yaitu $C(u, 0) = 0 = C(0, v), \forall u, v \in I$
2. $C(u, 1) = u$ dan $C(1, v) = v, \forall u, v \in I$
3. C adalah *two-increasing*, yaitu $\forall u_1, u_2, v_1, v_2 \in I$ dengan $u_1 \leq u_2$ dan $v_1 \leq v_2$ berlaku $C(u_2, v_2) - C(u_1, v_2) - C(u_2, v_1) + C(u_1, v_1) \geq 0$.

Teorema Sklar [10]

Misalkan X dan Y peubah acak dengan H adalah fungsi sebaran bersama dengan marjinal F dan G . Maka terdapat suatu *copula* C sedemikian sehingga $\forall x, y \in \mathbb{R}$, berlaku

$$H_{X,Y}(x, y) = C(F_X(x), G_Y(y)),$$

Concordance dan Discordance [10]

Misalkan (x_i, y_i) dan (x_j, y_j) adalah dua pengamatan dari vektor acak kontinu (X, Y) . Pasangan pengamatan (x_i, y_i) dan (x_j, y_j) dikatakan *concordance* jika berlaku $(x_i - x_j)(y_i - y_j) > 0$, dan dikatakan *discordance* jika $(x_i - x_j)(y_i - y_j) < 0$.

Menurut [9], jika terdapat dua vektor acak (X_1, X_2) dan (\bar{X}_1, \bar{X}_2) saling bebas dan memiliki sebaran yang sama, korelasi rank *Tau-Kendall* merupakan selisih dari peluang *concordance* dikurangi peluang *discordance*, yaitu

$$\rho_\tau(X_1, X_2) = P((X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2) > 0) - P((X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2) < 0).$$

Hubungan antara Koefisien Tau-Kendall dengan Copula [7]

Misalkan X dan Y peubah acak dengan copula C dan fungsi sebaran marjinal berturut-turut F dan G . Dengan $u = F(x)$ dan $v = G(y)$, bentuk ukuran asosiasi *Tau-Kendall* dinyatakan dalam bentuk copula adalah

$$\tau = 4 \left(\int \int_{[0,1]^2} C(u, v) dC(u, v) \right) - 1$$

Copula Frank [9]

Misalkan peubah acak X dan Y berturut-turut menyebar F dan G . Dengan $u = F(x)$ dan $v = G(y)$, copula Frank diberikan oleh

$$C_\theta^{Fr}(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right).$$

Copula Gumbel [10]

Misalkan peubah acak X dan Y berturut-turut menyebar F dan G . Dengan $u = F(x)$ dan $v = G(y)$, copula Gumbel diberikan oleh

$$C_{\theta}^{Gu} = \exp\left(-\left[(-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta}\right]^{\frac{1}{\theta}}\right).$$

Copula Clayton [9]

McNeil *et al.* [9] menyatakan bahwa misalkan peubah acak X dan Y berturut-turut menyebar F dan G . Dengan $u = F(x)$ dan $v = G(y)$, copula Clayton diberikan oleh

$$C_{\theta}^{Cl}(u, v) = [u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1]^{-\frac{1}{\theta}}.$$

Mixed-Copulas [3]

Mixed copulas merupakan kombinasi linear dari beberapa keluarga copula. Secara matematis, *mixed copula* dirumuskan sebagai

$$C(\mathbf{u}; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^n \lambda_k C_k(\mathbf{u}; \theta_k) = \sum_{k=1}^n \lambda_k C_k(F_1(x_1; \alpha_1), \dots, F_p(x_p; \alpha_k); \theta_k),$$

dengan $\{C_1(\cdot), \dots, C_n(\cdot)\}$ merupakan kumpulan copula, yang merupakan sekuens dari copula yang diketahui dengan parameter yang belum diketahui $\{\theta_k\}$, $\{\lambda_k\}_{k=1}^n$ merupakan bobot masing-masing copula dimana $0 \leq \lambda_k \leq 1$ sedemikian sehingga $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$, dan n merupakan banyaknya kandidat copula. $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)^T$ merupakan sebuah vektor parameter asosiasi dalam campuran yang mewakili tingkat kebergantungan (*degree of dependence*), $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_k)^T$ adalah vektor bobot, dan $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_k)^T$ adalah vektor parameter marjinal untuk distribusi marjinal. Semua sifat dan karakteristik dasar copula juga berlaku untuk *mixed copulas* [3].

3 Data dan Metodologi Penelitian**3.1 Data**

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data harian harga emas dunia (XAU) dan data indeks saham harian dari beberapa negara, yaitu Indonesia (JKSE), Filipina (PSE), Jepang (Nikkei 225/NIK), dan Hong Kong (HSI). Data dapat diunduh dari website www.finance.yahoo.com dari periode 1 Januari 2014 – 30 Desember 2019 sehingga didapat 1325 buah data harga. Nilai *return* dihitung dengan formula $R(t) = \ln\left(\frac{P(t)}{P(t-1)}\right)$, di mana $P(t)$ merupakan harga dari emas atau indeks saham pada waktu $t = 1, 2, 3, \dots, T$ dan $R(t)$ merupakan nilai *return* pada waktu $t = 1, 2, 3, \dots, T$.

3.2 Metode Penelitian

Penulis menggunakan *software* Rstudio versi 1.3.1093 dan R versi 4.0.4 mulai dari tahap memuat data, menganalisis data, sampai ke tahap pemodelan menggunakan *mixed-copula*. Berikut Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini.

1. Menghitung *return* tiap aset keuangan (XAU, JKSE, PSE, NIK, HSI), kemudian melihat sebarannya melalui plot histogram serta menghitung statistik deskriptifnya sebagai analisis awal.

2. Memeriksa kebebasan *return* untuk masing-masing aset keuangan menggunakan uji Ljung-Box [8]. Apabila saling bebas, maka lanjut ke langkah (4), tetapi jika tidak saling bebas atau ada efek autokorelasi, maka perlu dilakukan pemodelan ARMA untuk mengatasinya, kemudian lanjut ke langkah (3).
3. Menguji kestasioneran data *return* menggunakan uji ADF. Apabila belum stasioner, akan dilakukan *differencing* terlebih dahulu, kemudian diuji lagi kestasionerannya menggunakan uji yang sama. Apabila sudah stasioner, dilakukan pemodelan ARMA.
4. Memeriksa asumsi *white noise* bagi galat model ARMA (galat saling bebas, rata-rata dan ragam galat konstan). Rataan galat dapat diperiksa dengan plot galat model ARMA. Ragam konstan/homogen diperiksa dengan uji *AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity-Lagrange Multiplier* (ARCH-LM). Jika ragam galat tak homogen, maka perlu dilakukan pemodelan GARCH untuk mengatasinya, lalu lanjut ke langkah (6). Jika tidak terdapat efek heteroskedastisitas, maka lanjut ke langkah (5).
5. Menduga sebaran galat model ARMA dan membandingkannya dengan plot sebaran empiris. Pemilihan sebaran galat model ARMA terbaik menggunakan uji Anderson-Darling. Lanjut ke langkah (7).
6. Menduga sebaran galat baku model ARMA-GARCH aset keuangan dan membandingkannya dengan plot sebaran empiris. Pemilihan sebaran galat baku terbaik menggunakan uji Anderson-Darling. Lanjut ke langkah (7).
7. Menduga model sebaran bersama tiap pasang data *return* menggunakan *single copula* dan *two-mixed copula*. Estimasi parameter dengan metode Kemungkinan Maksimum (ML). Pemilihan copula terbaik menggunakan ukuran AIC.

4 Hasil dan Pembahasan

4.1 Analisis Deskriptif

Statistik deskriptif *return* setiap aset beserta korelasi Pearson terhadap komoditas emas dapat dilihat pada Tabel 1. Tabel 1 memperlihatkan bahwa dari nilai *skewness* dan kurtosis tiap data, kelima *return* aset tidak menyebar normal. Sebaran tersebut mendukung penggunaan copula untuk menganalisis kebergantungan antara aset dengan emas karena copula tidak membutuhkan asumsi kenormalan.

Pada analisis hubungan antar aset menggunakan copula, perlu diawali dengan estimasi sebaran masing-masing aset menggunakan metode *Maksimum Likelihood* (ML) yang membutuhkan asumsi kebebasan antar data. Oleh karena itu, langkah berikutnya adalah pemeriksaan kebebasan antar data, untuk memutuskan perlu dilakukan analisis deret waktu atukah langsung dilakukan estimasi sebaran data.

Tabel 1. Statistik deskriptif *return* aset JKSE, PSE, NIK, HSI, dan XAU.

Data	Mean	Standar Deviasi	Skewness	Kurtosis
Indonesia (JKSE)	0.00031	0.00895	-0.55940	7.55805
Filipina (PSE)	0.00020	0.00997	-0.21310	5.41219
Jepang (NIK)	0.00030	0.01326	-0.73270	12.4701
Hong Kong (HSI)	0.00017	0.01145	-0.39810	2.93180
Emas (XAU)	0.00015	0.00876	0.19680	8.06817

4.2 Pemeriksaan Autokorelasi

Autokorelasi merupakan korelasi yang terjadi antar observasi dalam satu variabel. Menurut [9], autokorelasi merupakan salah satu hal penting yang perlu diperhatikan dalam menganalisis data deret waktu. Keberadaan efek autokorelasi pada data *return* dapat diperiksa melalui uji Ljung-Box.

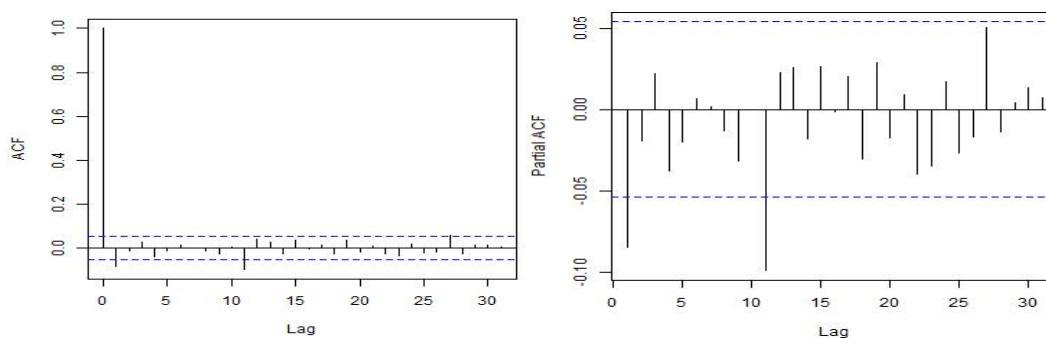
Hasil uji Ljung-Box menunjukkan bahwa hanya *return* indeks Nikkei 225 yang mengindikasikan adanya autokorelasi, sehingga diperlukan pemodelan ARMA untuk mengeliminasi efek tersebut. Keempat data *return* sisanya tak ada autokorelasi pada keempat data *return* tersebut (model ARMA(0,0)), sehingga dapat langsung dilanjutkan ke tahap berikutnya, yaitu memeriksa kebebasan galat, rataan galat yang konstan dan ragam galat yang konstan/homogen.

Karena *return* indeks Nikkei 225 membutuhkan analisis deret waktu, maka langkah berikutnya adalah pemeriksaan kestasioneran terhadap rataan dan ragam data *return*.

4.3 Pemeriksaan Kestasioneran dan Pemodelan ARMA

Kestasioneran merupakan salah satu asumsi yang harus dipenuhi untuk melakukan analisis deret waktu [5]. Data dikatakan stasioner jika memiliki rataan dan ragam yang konstan sepanjang waktu (stasioner terhadap rataan dan ragam). Untuk memastikan bahwa *return* indeks Nikkei 225 stasioner terhadap rataan, dilakukan uji ADF (*Augmented Dickey-Fuller*), sedangkan untuk memastikan *return* indeks Nikkei 225 stasioner terhadap ragam, digunakan uji Box-Cox. Hasil uji ADF dan uji Box-Cox menunjukkan bahwa *return* indeks Nikkei 225 stasioner terhadap rataan dan ragam.

Langkah awal untuk melakukan pemodelan ARMA untuk *return* indeks Nikkei 225 adalah penentuan ordo model dengan memanfaatkan plot fungsi autokorelasi (ACF) dan fungsi autokorelasi parsial (PACF).



Gambar 1. Plot ACF (kiri) dan PACF (kanan) dari data *return* Nikkei 225

Plot ACF dan PACF data *return* Nikkei 225 pada Gambar 1 menunjukkan *cut off* pada lag 1, sehingga model dugaan awalnya adalah ARMA(1,0), ARMA(0,1), atau ARMA(1,1). Pemilihan model terbaik didasarkan pada kriteria signifikansi parameter dan nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC) terkecil. Dari ketiga model dugaan awal, model ARMA(0,1) yang memenuhi kedua kriteria tersebut. Jadi model dari setiap aset adalah ARMA(0,1) untuk *return* Nikkei 225 (NIK), dan ARMA(0,0) untuk *return* JKSE, PSE, HSI, XAU.

4.4 Pemeriksaan Asumsi *White Noise* dan Pemodelan GARCH

Setelah didapat model ARMA, selanjutnya dilakukan pemeriksaan asumsi *white noise* bagi galat model (rata-rata dan ragam galat konstan serta antar galat saling bebas). Pemeriksaan rata-rata galat konstan, digunakan plot galat model. Hasilnya menyatakan bahwa galat model dari kelima *return* aset telah dianggap konstan. Pemeriksaan kebebasan antar galat model, digunakan uji Ljung-Box. Hasilnya menyatakan bahwa galat model dari *return* kelima aset tersebut telah dianggap saling bebas. Sedangkan pemeriksaan ragam galat konstan, digunakan uji *AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity-Lagrange Multiplier* (ARCH-LM) dan hasilnya menyatakan bahwa galat model dari *return* kelima aset tersebut memiliki ragam yang tidak konstan (tidak homogen). Oleh karena itu untuk mengatasi ketidakhomogenan ragam, langkah selanjutnya perlu dilakukan pemodelan *Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH).

Langkah awal pemodelan GARCH, perlu dilihat plot ACF dan PACF dari kuadrat galat model *return* aset untuk memperkirakan ordo GARCH yang memungkinkan. Pemilihan model ARCH/GARCH dilakukan berdasarkan nilai AIC tiap-tiap model dan signifikansi parameter model tersebut. Hasil plot menunjukkan bahwa hampir semua plot ACF dan PACF menunjukkan *cut off* pada lag 3, sehingga dicoba *fitting* model GARCH sampai orde 3. Berdasarkan kriteria nilai AIC dan signifikansi parameter, model GARCH(1,1) paling cocok untuk galat model *return* JKSE, PSE, NIK, HSI, dan XAU. Persamaan model ARMA-GARCH dari *return* tiap aset sebagai berikut.

1. JKSE : ARMA(0,0)-GARCH(1,1)

$$R_t = 0.00030571 + \varepsilon_t, \quad (1)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t, \quad (2)$$

$$\sigma_t^2 = 0.000001 + 0.04585\varepsilon_{t-1}^2 + 0.936785\sigma_{t-1}^2. \quad (3)$$

2. PSE : ARMA(0,0)-GARCH(1,1)

$$R_t = 0.00020142 + \varepsilon_t, \quad (4)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t, \quad (5)$$

$$\sigma_t^2 = 0.000006 + 0.065364\varepsilon_{t-1}^2 + 0.872489\sigma_{t-1}^2. \quad (5)$$

3. NIK : ARMA(0,1)-GARCH(1,1)

$$R_t = 0.00029989 + \varepsilon_t - 0.0864843\varepsilon_{t-1}, \quad (6)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t, \quad (7)$$

$$\sigma_t^2 = 0.000008 + 0.137484\varepsilon_{t-1}^2 + 0.824177\sigma_{t-1}^2 \quad (7)$$

4. HSI : ARMA(0,0)-GARCH(1,1)

$$R_t = 0.000168 + \varepsilon_t \quad (8)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t$$

$$\sigma_t^2 = 0.000002 + 0.038295\varepsilon_{t-1}^2 + 0.948285\sigma_{t-1}^2. \quad (9)$$

5. XAU : ARMA(0,0)-GARCH(1,1)

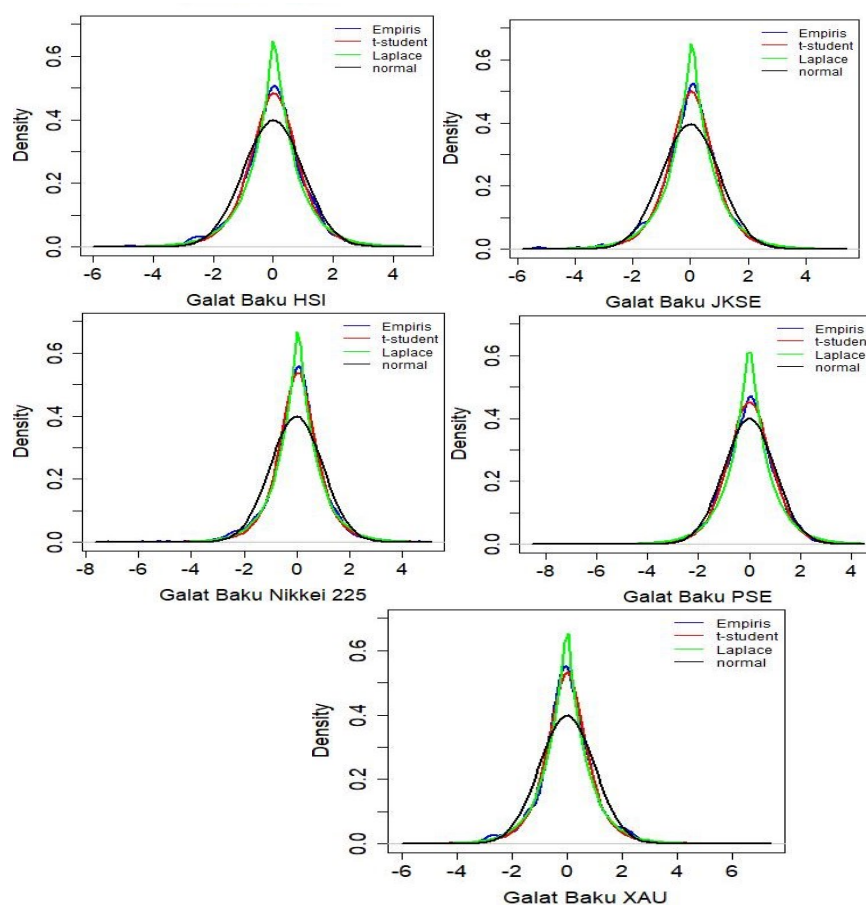
$$R_t = 0.00015238 + \varepsilon_t, \quad (10)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t$$

$$\sigma_t^2 = 0.000000 + 0.010555\varepsilon_{t-1}^2 + 0.987015\sigma_{t-1}^2. \quad (11)$$

4.5 Penentuan Sebaran Galat Baku

Selanjutnya ditentukan sebaran dari galat baku. Pertama, buat plot sebaran empiris dari galat baku tiap aset. Lalu, plot sebaran yang paling mendekati sebaran empiris. Hasil plot dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Plot sebaran dugaan dan sebaran empiris dari galat baku tiap aset.

Dari tiap plot sebaran galat baku empiris dan dugaan sebarannya pada Gambar 2, terlihat bahwa sebaran yang paling mendekati sebaran empiris tiap aset galat baku adalah t-Student dan Laplace. Untuk memastikan sebaran yang paling sesuai dengan sebaran empiris tiap galat baku, dilakukan uji statistik Anderson-Darling.

Tabel 2. Hasil uji Anderson-Darling.

Data	Sebaran	Parameter	W_n^2	<i>p-value</i>
JKSE	Normal	$\mu = -0.0026$ $\sigma = 1.0071$	8.7979	0.0000
	t-Student	df = 4.3298	0.9732	0.3716
	Laplace	$\theta = 0.0457$ $s = 0.7318$	1.5899	0.1564
PSE	Normal	$\mu = -0.0049$ $\sigma = 1.0006$	2.6179	0.0429
	t-Student	df = 7.6557	0.4321	0.8163
	Laplace	$\theta = -0.0089$ $s = 0.7544$	3.1768	0.0222
NIK	Normal	$\mu = -0.0130$ $\sigma = 1.0000$	13.7300	0.0000
	t-Student	df = 3.5203	1.1960	0.2690
	Laplace	$\theta = 0.0375$ $s = 0.7068$	1.0395	0.3372
HSI	Normal	$\mu = 0.0040$ $\sigma = 1.0003$	6.4649	0.0005
	t-Student	df = 4.9722	0.7173	0.5445
	Laplace	$\theta = 0.0308$ $s = 0.7383$	1.2883	0.2362
XAU	Normal	$\mu = 0.0022$ $\sigma = 1.0007$	11.9750	0.0000
	t-Student	df = 3.5464	0.5553	0.6912
	Laplace	$\theta = -0.0182$ $s = 0.7115$	0.7814	0.4946

Pada Tabel 2 terlihat bahwa sebaran normal tidak sesuai dengan semua data galat baku, karena nilai *p-value* < 0.05. Untuk data galat baku PSE, hanya sebaran t-Student yang sesuai, dilihat dari nilai *p-value* > 0.05. Untuk data galat baku JKSE, Nikkei 225, HSI, dan XAU, sebaran yang sesuai adalah t-Student dan Laplace, karena memiliki nilai *p-value* > 0.05. Uji Anderson-Darling dilakukan berdasarkan pengukuran jarak antara sebaran empiris dengan sebaran dugaan, sehingga sebaran dugaan dengan W_n^2 yang lebih kecil merupakan sebaran yang lebih sesuai. Oleh karena itu, sebaran t-Student lebih sesuai untuk data galat baku JKSE, HSI, dan XAU, sedangkan sebaran Laplace lebih sesuai untuk data galat baku Nikkei 225 (NIK).

4.6 Copula

Menurut [4], copula dapat menggambarkan kebergantungan antar aset lebih baik dibandingkan korelasi *rank* atau korelasi linear. Copula digunakan untuk menentukan fungsi sebaran bersama antar dua aset, yaitu antara galat baku JKSE dan XAU, antara

galat baku PSE dan XAU, antara galat baku Nikkei 225 dan XAU, dan antara galat baku KOSPI dan XAU. Disini dilakukan *fitting* menggunakan *single copula Archimedean* dan *mixed copula Archimedean*.

Pada penelitian ini *Archimedean copula* yang digunakan untuk mengidentifikasi hubungan antar peubah adalah copula Clayton, Frank, dan Gumbel. Copula Clayton dapat menangkap efek kebergantungan pada *lower tail*, sedangkan copula Gumbel dapat menangkap efek kebergantungan pada *upper tail*. Untuk copula Frank sendiri tidak dapat menangkap efek kebergantungan pada *tail* manapun. Hasil *fitting* menggunakan *single copula* dan *two-mixed copulas* dapat dilihat pada Tabel 3 dan Tabel 4. Estimasi parameter masing-masing copula menggunakan metode *maximum likelihood*. *Two mixed copulas* yang digunakan merupakan kombinasi dua dari tiga *Archimedean copula*, yaitu Frank, Clayton, dan Gumbel, sehingga ada ${}^3C_2 = 3$ model *two mixed copulas*.

Tabel 3. Hasil *fitting* model *Archimedean copula*.

Data	Copula	Parameter	AIC	Loglikelihood
JKSE-XAU	Frank	$\theta = -0.1105$	1.5690	0.2155
	Clayton	$\theta = 0.0173$	1.5267	0.2367
	Gumbel	$\theta = 1.0000$	2.0000	0
PSE-XAU	Frank	$\theta = -0.1677$	0.9807	0.5097
	Clayton	$\theta = -0.0301$	0.6441	0.6779
	Gumbel	$\theta = 1.0000$	2.0000	0
NIK-XAU	Frank	$\theta = -0.7562$	-18.0200	10.0100
	Clayton	NA	NA	NA
	Gumbel	$\theta = 1.0000$	2.0000	0
HSI-XAU	Frank	$\theta = -0.1235$	1.4600	0.2651
	Clayton	$\theta = -0.0044$	1.9600	0.0153
	Gumbel	$\theta = 1.0070$	1.7100	0.1425

Pemilihan model copula yang paling sesuai didasarkan oleh nilai AIC. Dari Tabel 3 dapat dilihat bahwa *single copula* yang paling sesuai untuk data PSE-XAU adalah copula Clayton. Sedangkan pada Tabel 4 dapat dilihat bahwa *two mixed copulas* yang paling sesuai untuk data JKSE-XAU, NIK-XAU, dan HSI-XAU berurutan adalah Frank-Clayton, Frank-Clayton, dan Frank-Gumbel.

Tabel 4. Hasil *fitting* model *two-mixed copulas*.

Copula		Parameter	Data			
1	2		JKSE-XAU	PSE-XAU	NIK-XAU	HSI-XAU
Frank	Clayton	θ_1	-0.6994	0.3046	-7.7124	-5.5947
		θ_2	0.9897	-0.2990	-0.0322	0.0599
		w_1	0.8414	0.7573	0.1258	0.1061
		w_2	0.1586	0.2427	0.8742	0.8939
		<i>Loglikelihood</i>	5.6680	2.3830	14.1600	2.7700
		AIC	-3.3358	3.2340	-20.3263	2.4581
Frank	Gumbell	θ_1	-0.5289	-6.1634	-1.0706	-0.7896
		θ_2	3.0869	1.0000	3.2373	2.1078
		w_1	0.9298	0.0402	0.9459	0.8679
		w_2	0.0702	0.9597	0.0541	0.1321
		<i>Loglikelihood</i>	5.0260	0.7666	13.1400	6.9400
		AIC	-2.0515	6.4669	-18.2785	-5.8929
Clayton	Gumbell	θ_1	1.4600	-0.3020	-0.3105	-0.0044
		θ_2	1.0000	1.0000	1.0000	-0.0044
		w_1	0.0531	0.1550	0.3369	0.5000
		w_2	0.9468	0.8450	0.6631	0.5000
		<i>Loglikelihood</i>	2.2600	2.0030	12.1800	0.0150
		AIC	3.4806	3.9936	-16.3568	7.9600

JKSE-XAU dimodelkan dengan copula Frank-Clayton

$$\hat{C}(\mathbf{u}; \boldsymbol{\theta}) = 0.8414\hat{C}_1(\mathbf{u}; \theta_1) + 0.1586\hat{C}_2(\mathbf{u}; \theta_2),$$

di mana

$$\hat{C}_1(\mathbf{u}; \theta_1) = \hat{C}_{-0.6994}^{Fr}(u_1, u_2) = \frac{1}{0.6994} \left(1 + \frac{(e^{0.6994u_1} - 1)(e^{0.6994u_2} - 1)}{e^{0.6994} - 1} \right),$$

$$\hat{C}_2(u; \theta_2) = \hat{C}_{0.9897}^{Cl}(u_1, u_2) = [u_1^{-0.9897} + u_2^{-0.9897} - 1]^{-\frac{1}{0.9897}}.$$

PSE-XAU dimodelkan dengan copula Clayton

$$\hat{C}_{-0.0301}^{Cl}(u_1, u_2) = [u_1^{0.0301} + u_2^{0.0301} - 1]^{\frac{1}{0.0301}}.$$

NIK-XAU dimodelkan dengan copula Frank-Clayton

$$\hat{C}(\mathbf{u}; \boldsymbol{\theta}) = 0.1258\hat{C}_1(\mathbf{u}; \theta_1) + 0.8742\hat{C}_2(\mathbf{u}; \theta_2),$$

di mana

$$\hat{C}_1(\mathbf{u}; \theta_1) = \hat{C}_{-7.7124}^{Fr}(u_1, u_2) = \frac{1}{7.7124} \left(1 + \frac{(e^{7.7124u_1} - 1)(e^{7.7124u_2} - 1)}{e^{7.7124} - 1} \right),$$

$$\hat{C}_2(\mathbf{u}; \theta_2) = \hat{C}_{-0.0322}^{Cl}(u_1, u_2) = [u_1^{0.0322} + u_2^{0.0322} - 1]^{\frac{1}{0.0322}}.$$

HSI-XAU dimodelkan dengan copula Frank Gumbel

$$\hat{C}(\mathbf{u}; \boldsymbol{\theta}) = 0.8679\hat{C}_1(\mathbf{u}; \theta_1) + 0.1321\hat{C}_2(\mathbf{u}; \theta_2),$$

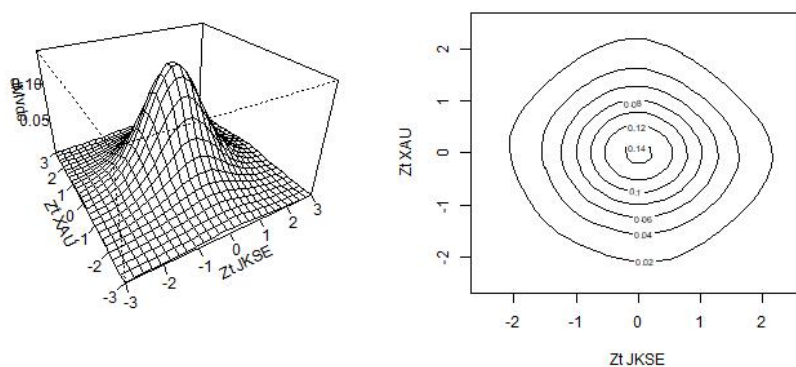
di mana

$$\hat{C}_1(\mathbf{u}; \theta_1) = \hat{C}_{-0.7896}^{Fr}(u_1, u_2) = \frac{1}{7.7124} \left(1 + \frac{(e^{0.7896u_1} - 1)(e^{0.7896u_2} - 1)}{e^{0.7896} - 1} \right),$$

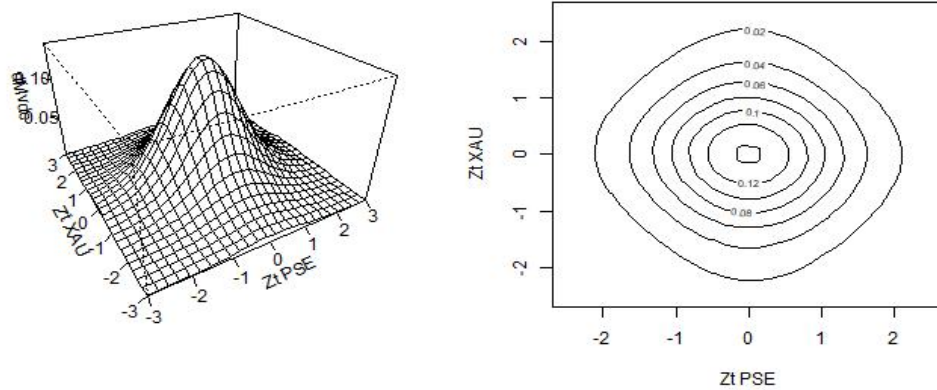
$$\hat{C}_2(\mathbf{u}; \theta_2) = \hat{C}_{2.1078}^{Gu} = \exp \left(- \left[(-\ln u_1)^{2.1078} + (-\ln u_2)^{2.1078} \right]^{\frac{1}{2.1078}} \right).$$

Berdasarkan persamaan di atas, PSE memiliki kebergantungan pada ekor bawah (*lower tail*) dengan komoditas emas (XAU), diperlihatkan oleh copula Clayton yang paling cocok memodelkan fungsi kepekatan peluang bersamanya. Komponen Clayton pada NIK-XAU lebih besar, menandakan indeks NIK lebih cenderung memiliki kebergantungan pada ekor bawah (*lower tail*) dengan aset emas (XAU). Artinya, kemungkinan besar pada saat krisis, harga emas serta saham di Filipina dan Jepang akan *crash* secara bersamaan, karena adanya kebergantungan pada *lower tail* yang menunjukkan probabilitas bergerak ke arah negatif secara bersamaan cukup besar. Sedangkan komponen Frank pada HSI-XAU dan JKSE-XAU lebih besar, menandakan kedua indeks lebih cenderung tidak ada kebergantungan dengan aset emas (XAU). Artinya, kemungkinan harga emas tidak akan *crash* saat pasar saham Indonesia dan Hong Kong berada dalam situasi krisis. Oleh karena itu, emas dapat menjadi aset *safe haven* pada pasar saham Indonesia dan Hong Kong. Sebaliknya, emas tidak dapat menjadi aset *safe haven* pada pasar saham Jepang dan Filipina.

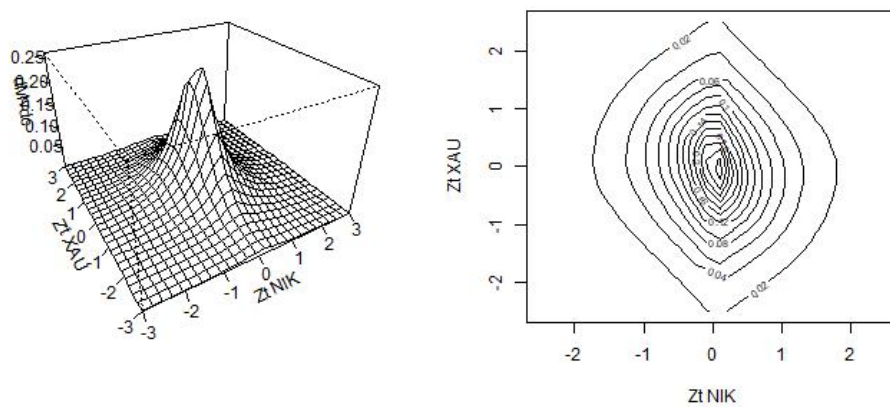
Gambar 3 sampai dengan 6 berikut adalah grafik fungsi kepekatan peluang bersama dari variabel *return* JKSE-XAU, PSE-XAU, NIK-XAU, dan HSI-XAU yang berturut-turut dimodelkan dengan *two mixed copulas* Frank-Clayton, *single copula* Clayton, *two mixed copulas* Frank-Clayton, dan *two mixed copulas* Frank- Gumbel.



Gambar 3. Grafik fungsi kepekatan bersama (kiri) dan plot kontur fungsi kepekatan bersama (kanan) dari JKSE-XAU

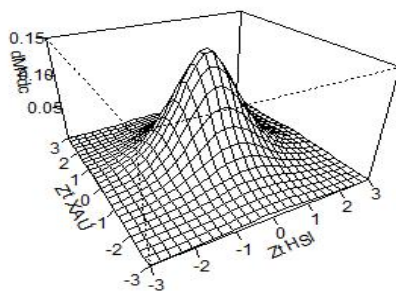


Gambar 4. Grafik fungsi kepekatan bersama (kiri) dan plot kontur fungsi kepekatan bersama (kanan) dari PSE-XAU

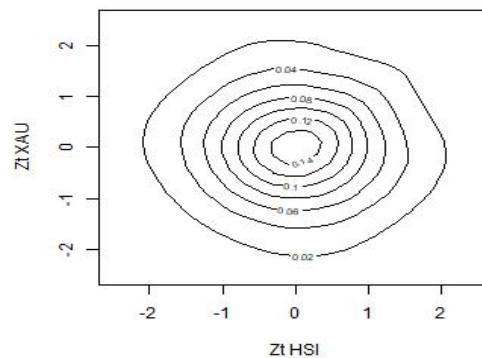


Gambar 5. Grafik fungsi kepekatan bersama (kiri) dan plot kontur fungsi kepekatan bersama (kanan) dari NIK-XAU

Fungsi Kepekatan Bersama HSI dan XAU



Fungsi Kepekatan Bersama HSI dan XAU



Gambar 6. Grafik fungsi kepekatan bersama (kiri) dan plot kontur fungsi kepekatan bersama (kanan) dari HSI-XAU

Berdasarkan Gambar 3, 4, dan 6, korelasi antara JKSE dan XAU, PSE dan XAU, HSI dan XAU memiliki korelasi yang rendah yang dicirikan oleh kontur fungsi kepekatan peluang bersamanya mendekati bentuk lingkaran. Sedangkan berdasarkan Gambar 5, NIK dan XAU memiliki ketergantungan yang relatif lebih besar yang dicirikan oleh gambar kontur fungsi kepekatan bersama berbentuk agak pipih.

5 Simpulan dan Saran

5.1 Simpulan

Model copula yang paling sesuai untuk data JKSE-XAU, PSE-XAU, NIK-XAU, dan HSI-XAU berurutan adalah Frank-Clayton, Clayton, Frank-Clayton, dan Frank-Gumbel. Data PSE memiliki kebergantungan pada ekor bawah (*lower tail*) dengan komoditas emas, dan komponen Clayton pada NIK-XAU lebih besar, menandakan indeks NIK lebih cenderung memiliki kebergantungan pada ekor bawah (*lower tail*) dengan aset emas. Kemungkinan besar pada saat krisis, harga emas serta saham di Filipina dan Jepang akan *crash* secara bersamaan, karena adanya kebergantungan pada ekor bawah yang menunjukkan probabilitas bergerak ke arah negatif secara bersamaan cukup besar. Komponen Frank pada HSI-XAU dan JKSE-XAU lebih besar, menandakan kedua indeks lebih cenderung tidak ada kebergantungan dengan aset emas. Kemungkinan harga emas tidak akan *crash* saat pasar saham Indonesia dan Hong Kong berada dalam situasi krisis. Maka emas dapat menjadi aset *safe haven* pada pasar saham Indonesia, dan Hong Kong. Sebaliknya, emas tidak dapat menjadi aset *safe haven* pada pasar saham Jepang dan Filipina.

5.2 Saran

Pada kajian lanjutan, disarankan untuk melakukan analisis yang lebih dalam menggunakan *Time-Varying Copula*, menggunakan *Mixed-Copula* dengan komponen gabungan lebih dari dua, memperbanyak data yang diteliti, menggunakan model copula dari jenis lain (*Extreme Value Copula*, *Elliptical Copula*, *Survival Copula*, *Rotated Copula*), menggunakan data dengan rentang periode yang lebih lebar, atau menggunakan komoditi yang beragam, seperti komoditas perak dan obligasi.

Daftar Pustaka

- [1] Baur DG, Lucey BM. 2010. Is gold a hedge or a safe haven? An analysis of stocks, bonds and gold. *Financ. Rev.* 45(2):217–229. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6288.2010.00244.x>
- [2] Beckmann J, Berger T, Czudaj R. 2015. Does gold act as a hedge or a safe haven for stocks? A smooth transition approach. *Economic Modelling.* 48:16-24. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2014.10.044>
- [3] Cai Z, Wang X. 2014. Selection of mixed copula model via penalized likelihood. *Journal of the American Statistical Association.* 109(506):788-801. <https://doi.org/10.1080/01621459.2013.873366>
- [4] Embrechts P, McNeil AJ, Straumann D. 2001. *Correlation and Dependency in Risk Management: Properties and Pitfalls*. Dempster MAH, editor. New York (US): Cambridge Univ Pr.
- [5] Fuller WA. 1996. *Introduction to Statistical Time Series*. Ed ke-2. New York(US): J Wiley.
- [6] Hu L. 2006. Dependence patterns across financial markets: a mixed copula approach. *Applied Financial Economics.* 16(10):717-729. <https://doi.org/10.1080/09603100500426515>
- [7] Jondeau E, Rockinger M. 2006. The copula-GARCH model of conditional dependencies: an international stock market application. *Journal of International Money and Finance.* 25(5):827-853.
- [8] Ljung GM, Box GEP. 1978. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika.* 65(2): 297-303. doi:10.2307/2335207.
- [9] McNeil AJ, Frey R, Embrechts P. 2005. *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools. Revised edition*. New Jersey(US): Princeton University Press.
- [10] Nelsen RB. 2006. *An Introduction to Copulas*. Ed ke-2. New York (US): Springer-Verlag.
- [11] Nguyen CC, Bhatti MI. 2012. Copula model dependency between oil prices and stock markets: Evidence from China and Vietnam. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money.* 22(4):758-773. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2012.03.004>

- [12] Nguyen C, Bhatti MI, Komorníková M, Komorník J. 2016. Gold price and stock markets nexus under mixed-copulas. *Economic Modelling*, 58: 283-292. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2016.05.024>
- [13] Pham L. 2013. *Time Series Analysis with ARIMA-ARCH/GARCH Model in R*. New Jersey (US). LStern Group.