

PENGARUH PERTAHANAN TANAMAN DALAM PENGUSIRAN HAMA PADA MODEL PENANGGULANGAN HAMA TANAMAN TERPADU

*A. Kusnanto¹, Siswandi², Jaharuddin³ dan F. Hanum⁴

^{1,2,3,4}Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor.

ali_mat@apps.ipb.ac.id*, siswandi@apps.ipb.ac.id, jaharuddin@apps.ipb.ac.id, fhanum@apps.ipb.ac.id

*corresponding author

Abstrak

Dalam tulisan ini dikembangkan model pengendalian hama tanaman terpadu yang didasarkan pada model mangsa-pemangsa Leslie-Gower. Dalam model ini terdapat unsur pertahanan tanaman (tanaman yang mengeluarkan senyawa/bau) yang akan mampu mengusir sebagian hama yang ada di sekitarnya. Populasi yang terlibat dalam model ini yaitu populasi tanaman, populasi hama, dan populasi pemangsa hama. Tujuan tulisan ini adalah menentukan pengaruh pertahanan tanaman terhadap dinamika populasi yang terlibat. Dari analisis, menghasilkan empat titik tetap. Simulasi dilakukan untuk melihat pengaruh perubahan koefisien efisiensi pertahanan tanaman terhadap kestabilan titik tetap yang diperoleh. Telah ditunjukkan bahwa jika nilai koefisien efisiensi pertahanan tanaman diperbesar, mengakibatkan hama dan pemangsa hama menuju kepunahan dan populasi tanaman akan bertambah banyak.

Kata kunci: analisis kestabilan, model matematika, pengendalian hama terpadu, pertahanan tanaman

1 Pendahuluan

Hama adalah salah satu masalah yang seringkali dihadapi oleh petani dalam usaha pertanian. Hama perlu ditangani karena dapat menyebabkan kerugian yang cukup besar. Cara untuk mengendalikan hama adalah dengan menggunakan pendekatan terpadu, yaitu dengan penggabungan berbagai teknik pengendalian hama yang berbeda. Salah satu teknik pengendalian hama yang terkenal adalah pengendalian hayati yaitu seperti dalam model mangsa pemangsa. Model ini melibatkan penggunaan predator alami untuk mengendalikan populasi hama. Predator alami dapat berupa burung, serangga, mamalia, atau binatang lainnya yang memangsa hama.

Konsep dasar dari model mangsa-pemangsa adalah bahwa populasi hama akan menjadi sumber makanan bagi predator alami. Dalam keadaan normal, populasi hama akan bertambah dan mengalami ledakan populasi yang mengganggu tanaman, tetapi jika predator alami hadir, mereka akan memakan hama secara terus-menerus sehingga populasi hama akan berkurang.

Pendekatan terpadu dalam pengendalian hama menggabungkan berbagai teknik pengendalian hama, seperti penggunaan insektisida, tanaman perumah, model mangsa-pemangsa, dan teknik pengendalian hama lainnya. Pendekatan terpadu ini bertujuan

untuk mencapai pengendalian hama yang efektif dengan mengurangi penggunaan insektisida yang berlebihan yang dapat berdampak negatif pada lingkungan dan kesehatan manusia. Pengendalian hayati merupakan metode pengendalian hama oleh manusia yang melibatkan musuh alami untuk mengurangi jumlah hama pada batas tertentu.

Dalam rangka pengendalian hama, pengendalian hayati melalui pemanfaatan organisme hidup berperan penting dalam menekan populasi hama. Dalam [2], interaksi kompleks antara tanaman dan serangga hama diperiksa di bawah intervensi pelepasan musuh alami ditambah dengan teknik serangga steril. Dalam tulisan ini diberikan tiga strategi berbeda yang berkaitan dengan laju pelepasan serangga steril dan predator sebagai musuh alami. Terlihat bahwa pada lingkungan yang terdiri dari tanaman padi dan wereng coklat sebagai hama, pelepasan wereng steril dan kumbang kepik sebagai musuh alami dapat menurunkan kepadatan hama sehingga meningkatkan biomassa tanaman. Dalam [4], dipelajari tentang strategi penanganan hama terpadu dengan memberikan kontrol dinamis pada model hama terpadu.

Selain itu banyak kajian yang telah diusulkan untuk memperhitungkan hubungan antara mangsa dengan pemangsa, di antaranya adalah mempertimbangkan dua atau lebih interaksi spesies yang cenderung menunjukkan perilaku saling mengganggu. Aziz-Alaoui (2002) menganalisis model mangsa pemangsa tiga populasi pada model Leslie-Gower [1]. Salah satu faktor yang mempengaruhi dinamika populasi adalah dengan adanya pertahanan diri dari populasi mangsa. Mishra (2018) menganalisis model mangsa-pemangsa dimana terdapat pertahanan pada populasi mangsa pada model Leslie-Gower [5]. Dalam model ini mangsa memiliki kemampuan mempertahankan diri dari pemangsa untuk bertahan hidup.

Pertahanan tanaman dalam pengusiran hama merupakan langkah-langkah yang dilakukan untuk menahan serangan hama. Beberapa metode pertahanan tanaman yang umum digunakan dalam pengusiran hama adalah metode budidaya yang tepat dan penggunaan tanaman pengganggu. Penanaman tanaman pengganggu atau tanaman perangkap dapat membantu mengalihkan hama dari tanaman utama. Beberapa tanaman ini melepaskan bau yang mengacaukan hama atau menarik hama ke diri mereka sendiri, sehingga melindungi tanaman utama.

2 Model Matematika

Model hama terpadu yang dikembangkan peneliti dalam penelitian ini, mengambil ide dari model mangsa pemangsa [5]. Model ini merupakan pengembangan model Leslie-Gower dimana mangsa mampu mempertahankan diri dari pemangsa untuk bertahan hidup. Dalam dunia tumbuhan, ada beberapa tumbuhan yang mengeluarkan bau/lendir yang berguna untuk mengusir pemangsa. Dengan menanam tanaman ini, akan dapat membantu mengalihkan hama dari tanaman utama Walaupun begitu, cara seperti ini hanya mengurangi hama penyerang tanaman tersebut, sehingga tetap dibutuhkan pemangsa yang dapat menyerang hama ini.

Dalam penelitian ini mangsa adalah populasi tanaman yang tumbuh mengikuti model persamaan logistik ketika tidak ada hama yang menyerang. Begitu ada hama yang datang, pertumbuhan tanaman akan berkurang. Berkurangnya laju pertumbuhan tanaman ini juga dipengaruhi oleh kemampuan tanaman untuk mengusir hama. Sebagai contoh misalkan tanaman bawang, cabai, lavender, dan marigold. Tanaman-tanaman ini mampu mengeluarkan senyawa/bau yang mampu menahan populasi hama. Laju pertumbuhan populasi hama akan bertambah karena adanya interaksi dengan tanaman. Dalam hal ini hama hidup dari memakan populasi tanaman. Contoh hama yang sering menyerang

tanaman di atas adalah : kutu daun, ulat grayak, tangau, kumbang, dan pengerek batang. Populasi Hama ini juga akan menurun, begitu ada populasi pengendali hama. Populasi pengendali hama ini dapat berupa hewan pemakan hama. Contoh populasi pemakan hama adalah : lebah, kumbang, dan belalang. Pemakan hama ini akan memakan hama dan binatang-binatang kecil lain di sekitar tanaman. Sehingga tingkat pertumbuhan pemakan hama ini tidak ditentukan oleh keberadaan populasi hama. Pemakan hama ini bisa hidup tanpa adanya populasi hama. Sehingga, model yang digunakan dapat dituliskan dalam persamaan (1) berikut:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= a_0u - a_1u^2 - \frac{w_1uv}{ju^2+d_1} \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{w_2uv}{ju^2+d_1} - \delta v - \frac{w_3vp}{v+bp+d_2} \\ \frac{dp}{dt} &= cp^2 - \frac{w_4p^2}{v+d_3} \end{aligned} \quad (1)$$

dengan

- u : kepadatan tanaman,
- v : kepadatan hama,
- p : kepadatan pengendali hama,
- a_0 : tingkat pertumbuhan tanaman,
- a_1 : koefisien persaingan intraspesifik hama,
- δ : tingkat kematian hama,
- d_1 : konstanta kejenuhan hama dalam memakan tanaman,
- d_2 : konstanta kejenuhan pengendali hama dalam memakan hama,
- d_3 : konstanta pengaruh tingkat pertumbuhan pengendali hama,
- j : efisiensi pertahanan tanaman dalam mengusir hama,
- w_1 : konstanta interaksi tanaman dan hama yang berpengaruh terhadap tanaman,
- w_2 : konstanta interaksi tanaman dan hama yang berpengaruh terhadap hama,
- w_3 : konstanta interaksi hama dan pengendali hama yang berpengaruh terhadap hama,
- w_4 : konstanta interaksi hama dan pengendali hama yang berpengaruh terhadap pengendali hama,
- b : parameter interferensi,
- c : tingkat pertumbuhan pengendali hama.

Dalam model ini diasumsikan semua parameter bernilai positif.

3 Metodologi

Model hama terpadu ini merupakan penelitian dasar sebagai upaya mengetahui, menjelaskan, dan memprediksi fenomena-fenomena yang terjadi menggunakan model mangsa-pemangsa. Metodologi yang digunakan adalah dengan melakukan analisis kestabilan titik tetap. Setelah mendapatkan titik tetap, kestabilannya dicari dengan menggunakan matriks Jacobi dan nilai eigennya [6,7]. Berdasarkan Strogatz [6] dan Tu [7], titik tetap akan stabil, jika setiap nilai eigen real bernilai negatif atau setiap bagian real dari nilai eigen kompleks bernilai lebih kecil atau sama dengan nol. Titik tetap tak stabil, jika setiap nilai eigen real adalah positif atau setiap bagian real dari nilai eigen

kompleks lebih besar dari nol. Titik tetap bersifat sadel jika ada perkalian dua buah nilai eigen real sembarang adalah negatif. Titik tetap sadel ini bersifat tak stabil.

4 Hasil Penelitian

4.1 Titik Tetap

Dengan menyelesaikan persamaan (1) diperoleh titik tetap yaitu $T_1(0,0,0)$, $T_2\left(\frac{a_0}{a_1}, 0, 0\right)$, $T_3(\bar{u}, \bar{v}, 0)$, dan $T_4(u^*, v^*, p^*)$, dengan

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \frac{w_2}{2j\delta} + \sqrt{\frac{w_2^2 - 4d_1j\delta^2}{4j^2\delta^2}} & \bar{v} &= \frac{(a_0 - a_1\bar{u})(j\bar{u}^2 + d_1)}{w_1} \\ u^* &= \frac{a_0}{3a_1} - \frac{\sqrt[3]{2}\alpha}{3a_1j\left(\sqrt[3]{\beta + \sqrt{4\alpha^3 + \beta^2}}\right)} + \frac{1}{\sqrt[3]{32}a_1j}\left(\sqrt[3]{\beta + \sqrt{4\alpha^3 + \beta^2}}\right) \\ v^* &= \frac{w_4 - cd_3}{c} & p^* &= \frac{r(w_4 - cd_3 + cd_2)}{c(w_3 - br)}\end{aligned}$$

4.2 Kestabilan Titik Tetap

Selanjutnya dilakukan pelinearan terhadap persamaan model sehingga diperoleh matriks Jacobi sebagai berikut:

$$J_{(u,v,p)} = \begin{pmatrix} u \frac{df_1}{du} + f_1 & u \frac{df_1}{dv} & 0 \\ v \frac{dg_1}{du} & v \frac{dg_1}{dv} + g_1 & v \frac{dg_1}{dp} \\ 0 & p \frac{dh_1}{dv} & p \frac{dh_1}{dp} + h_1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

dengan

$$\begin{aligned}f_1 &= a_0 - a_1u - \frac{w_1v}{ju^2 + d_1} & \frac{df_1}{du} &= -a_1 + \frac{2jw_1uv}{(ju^2 + d_1)^2} \\ \frac{df_1}{dv} &= -\frac{w_1}{ju^2 + d_1} & g_1 &= \frac{w_2u}{ju^2 + d_1} - \delta - \frac{w_3p}{v + bp + d_2} \\ \frac{dg_1}{du} &= \frac{w_2(d_1 - ju^2)}{(ju^2 + d_1)^2} & \frac{dg_1}{dv} &= \frac{w_3p}{(v + bp + d_2)^2} \\ \frac{dg_1}{dp} &= -\frac{w_3(v + bp - p + d_2)}{(v + bp + d_2)^2} & h_1 &= cp - \frac{w_4p}{v + d_3} \\ \frac{dh_1}{dv} &= \frac{w_4p}{(v + d_3)^2} & \frac{dh_1}{dp} &= c - \frac{w_4}{v + d_3}\end{aligned}$$

Lemma 1. Kestabilan titik tetap $T_1 = (0,0,0)$ adalah sadel.

Bukti. Matriks Jacobi titik tetap T_1 adalah

$$J_{(0,0,0)} = \begin{pmatrix} a_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Nilai eigen untuk matriks $J_{(0,0,0)}$ adalah $\lambda_1 = a_0$, $\lambda_2 = -\delta$, dan $\lambda_3 = 0$. Parameter a_0 dan δ bernilai positif sehingga $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 < 0$, dan $\lambda_3 = 0$. Karena nilai-nilai eigen berbeda tanda, maka titik tetap bersifat sadel. \square

Lemma 2. Jika $\frac{a_0 a_1 w_2}{j a_0^2 + a_1^2 d_1} < \delta$, maka titik tetap $T_2 = \left(\frac{a_0}{a_1}, 0, 0\right)$ adalah stabil.

Bukti. Matriks Jacobi dan nilai eigen titik tetap $T_2 = \left(\frac{a_0}{a_1}, 0, 0\right)$ adalah

$$J_{\left(\frac{a_0}{a_1}, 0, 0\right)} = \begin{pmatrix} -a_0 & -\frac{a_0 a_1 w_1}{j a_0^2 + a_1^2 d_1} & 0 \\ 0 & \frac{a_0 a_1 w_2}{j a_0^2 + a_1^2 d_1} - \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

serta $\lambda_1 = -a_0$, $\lambda_2 = \frac{a_0 a_1 w_2}{j a_0^2 + a_1^2 d_1} - \delta$, dan $\lambda_3 = 0$.

Karena parameter a_0 , a_1 , w_2 , j , d_1 dan δ bernilai positif, serta diasumsikan nilai $\frac{a_0 a_1 w_2}{j a_0^2 + a_1^2 d_1}$ lebih kecil dari tingkat kematian hama maka $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 < 0$, dan $\lambda_3 = 0$.

Dengan demikian titik tetap $T_2 = \left(\frac{a_0}{a_1}, 0, 0\right)$ adalah simpul stabil. \square

Lemma 3. Titik tetap $T_3 = (\bar{u}, \bar{v}, 0)$ bersifat sadel jika $\frac{2jw_1\bar{u}^2\bar{v}}{(j\bar{u}^2+d_1)^2} + a_0 > \frac{w_1\bar{v}}{j\bar{u}^2+d_1} + 2a_1\bar{u}$, $d_1 > j\bar{u}^2$ dan $j_{11} > j_{12}j_{21}$, dengan

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{w_2}{2j\delta} + \sqrt{\left(\frac{w_2}{2j\delta}\right)^2 - \frac{d_1}{j}} & \bar{v} &= \frac{(a_0 - a_1\bar{u})(j\bar{u}^2 + d_1)}{w_1} \\ j_{11} &= -2a_1\bar{u} + \frac{2jw_1\bar{u}^2\bar{v}}{(j\bar{u}^2 + d_1)^2} + a_0 - \frac{w_1\bar{v}}{j\bar{u}^2 + d_1} & j_{12} &= -\frac{w_1\bar{u}}{j\bar{u}^2 + d_1} \\ j_{21} &= \frac{w_2\bar{v}(d_1 - j\bar{u}^2)}{(j\bar{u}^2 + d_1)^2} & j_{23} &= -\frac{w_3\bar{v}}{\bar{v} + d_2} \end{aligned}$$

Bukti. Matriks Jacobi dari T_3 berbentuk

$$J_{(\bar{u}, \bar{v}, 0)} = \begin{pmatrix} j_{11} & j_{12} & 0 \\ j_{21} & 0 & j_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Nilai eigen untuk matriks $J_{(\bar{u}, \bar{v}, 0)}$, yaitu: $\lambda_1 = \sqrt{j_{11} + j_{12}j_{21}}$, $\lambda_2 = -\sqrt{j_{11} + j_{12}j_{21}}$, dan $\lambda_3 = 0$. Parameter \bar{u} , \bar{v} , a_0 , a_1 , w_1 , w_2 , w_3 , j , d_1 , d_2 dan δ bernilai positif. Jika nilai $\frac{2jw_1\bar{u}^2\bar{v}}{(j\bar{u}^2+d_1)^2} + a_0 > \frac{w_1\bar{v}}{j\bar{u}^2+d_1} + 2a_1\bar{u}$, $d_1 > j\bar{u}^2$ dan $j_{11} > j_{12}j_{21}$, maka $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 < 0$, dan $\lambda_3 = 0$. Sehingga kestabilan titik tetap $T_3 = (\bar{u}, \bar{v}, 0)$ bersifat sadel. \square

Lemma 4. Titik tetap $T_4 = (u^*, v^*, p^*)$ bersifat stabil jika $A > 0$, $C > 0$, dan $AB - C > 0$ dengan

$$A = 2a_1u^* - a_0 + \delta - 2cp^* + \frac{2w_4p^*}{v^* + d_3} - \frac{w_1v^*(ju^{*2} - d_1) + w_2u^*(ju^{*2} + d_1)}{(ju^{*2} + d_1)^2} + \frac{w_3p^*(bp^* + d_2)}{(v^* + bp^* + d_2)^2}$$

$$B = \left(-2a_1u^* + a_0 + \frac{w_1v^*(ju^{*2} - d_1)}{(ju^{*2} + d_1)^2} \right) \left(\frac{w_2u^*}{ju^{*2} + d_1} - \delta - \frac{w_3p^*(bp^* + d_2)}{(v^* + bp^* + d_2)^2} \right) \\ + 2cp^* \left(-2a_1u^* + a_0 + \frac{w_1v^*(ju^{*2} - d_1)}{(ju^{*2} + d_1)^2} + \frac{w_2u^*}{ju^{*2} + d_1} - \delta - \frac{w_3p^*(bp^* + d_2)}{(v^* + bp^* + d_2)^2} \right) \\ + \frac{w_3w_4v^*p^{*2}(v^* + bp^* - p + d_2)}{(v^* + bp^* + d_2)^2(v^* + d_3)^2} - \frac{w_1w_2u^*v^*(ju^{*2} - d_1)}{(ju^{*2} + d_1)^3}$$

$$C = - \left(2cp^* - \frac{2w_4p^*}{v^* + d_3} \right) \left(-2a_1u^* + a_0 + \frac{w_1v^*(ju^{*2} - d_1)}{(ju^{*2} + d_1)^2} \right) \left(\frac{w_2u^*}{ju^{*2} + d_1} - \delta - \frac{w_3p^*(bp^* + d_2)}{(v^* + bp^* + d_2)^2} \right) \\ - \left(-2a_1u^* + a_0 + \frac{w_1v^*(ju^{*2} - d_1)}{(ju^{*2} + d_1)^2} \right) \left(\frac{w_3w_4v^*p^{*2}(v^* + bp^* - p + d_2)}{(v^* + bp^* + d_2)^2(v^* + d_3)^2} \right) \\ + \left(2cp^* - \frac{2w_4p^*}{v^* + d_3} \right) \left(\frac{w_1w_2u^*v^*(ju^{*2} - d_1)}{(ju^{*2} + d_1)^3} \right)$$

Bukti. Jika titik tetap T_4 disubstitusikan ke dalam matriks Jacobi maka diperoleh matriks Jacobi sebagai berikut:

$$J_{(u^*, v^*, p^*)} = \begin{pmatrix} j_{11} & j_{12} & 0 \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} \\ 0 & j_{32} & j_{33} \end{pmatrix} \quad (6)$$

dengan

$$j_{11} = u^* \left(-a_1 + \frac{2jw_1u^*v^*}{(ju^{*2} + d_1)^2} \right) + a_0 - a_1u^* - \frac{w_1v^*}{ju^{*2} + d_1} \quad j_{12} = -\frac{w_1u^*}{ju^{*2} + d_1} \\ j_{22} = \frac{w_3v^*p^*}{(v^* + bp^* + d_2)^2} + \frac{w_2u^*}{ju^{*2} + d_1} - \delta - \frac{w_3p^*}{v^* + bp^* + d_2} \quad j_{21} = \frac{w_2v^*(d_1 - ju^{*2})}{(ju^{*2} + d_1)^2} \\ j_{23} = -\frac{w_3v^*(v^* + bp^* - p + d_2)}{(v^* + bp^* + d_2)^2} \quad j_{32} = \frac{w_4p^{*2}}{(v^* + d_3)^2} \\ j_{33} = 2cp^* - \frac{2w_4p^*}{v^* + d_3}$$

Berdasarkan nilai-nilai di atas, nilai eigen untuk matriks $J_{(\bar{u}, \bar{v}, 0)}$ memenuhi

$$\lambda^3 + (-j_{11} - j_{22} - j_{33})\lambda^2 + (j_{11}j_{22} + j_{11}j_{33} + j_{22}j_{33} - j_{23}j_{32} - j_{12}j_{21})\lambda \\ + (-j_{11}j_{22}j_{33} + j_{11}j_{23}j_{32} + j_{12}j_{21}j_{33}) = 0 \quad (7)$$

Dengan kata lain, $\lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C = 0$ dengan A, B, C sesuai dengan Lemma 4.

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz [3], persamaan (2) tersebut akan memiliki akar real negatif dan kestabilan titik tetap bersifat stabil jika $A > 0$, $C > 0$, dan $AB - C > 0$. Nilai-nilai ini akan dievaluasi pada saat melakukan simulasi numerik. \square

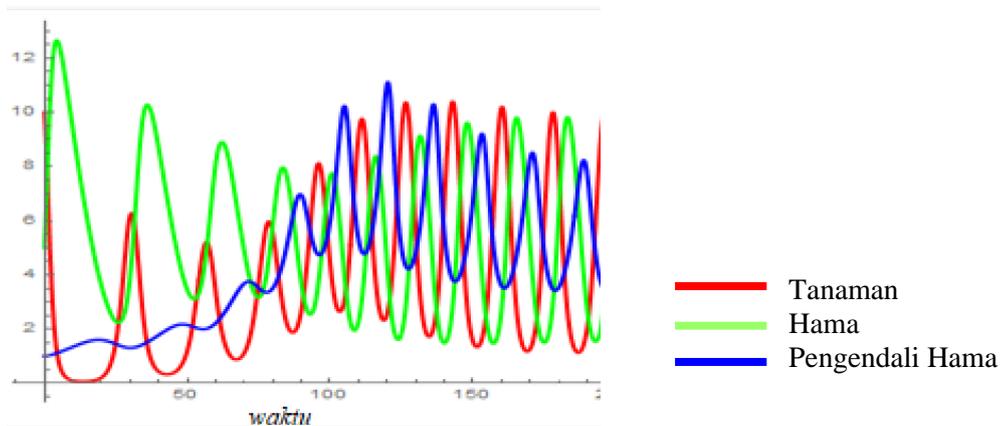
5 Simulasi Numerik

Pada bagian ini, akan dilakukan simulasi dengan mensubstitusikan nilai-nilai parameter yang telah ditentukan ke dalam model persamaan (1) yang telah dikembangkan. Selain parameter yang menjelaskan efisiensi, ditetapkan sebagai berikut: $a_0 = 0.7$, $a_1 =$

0.04 , $d_1 = 5$, $d_2 = 3$, $d_3 = 2$, $c = 0.05$, $b = 0.025$, $\delta = 0.05$, $w_1 = 0.5$, $w_2 = 0.3$, $w_3 = 0.3$, $w_4 = 0.3$. Parameter j adalah parameter yang menjelaskan tentang efisiensi pengaruh pertahanan tanaman dalam mengusir hama. Parameter ini nilainya akan diubah dengan $j = \{0; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2\}$. Dinamika populasi tanaman dan hama dapat digambarkan melalui kurva ruang fase dan bidang solusi berikut. Nilai awal populasi yang digunakan dalam simulasi adalah $u(0) = 10$, $v(0) = 5$, dan $p(0) = 1$.

5.1 Simulasi 1: Efisiensi pertahanan 0 ($j=0$)

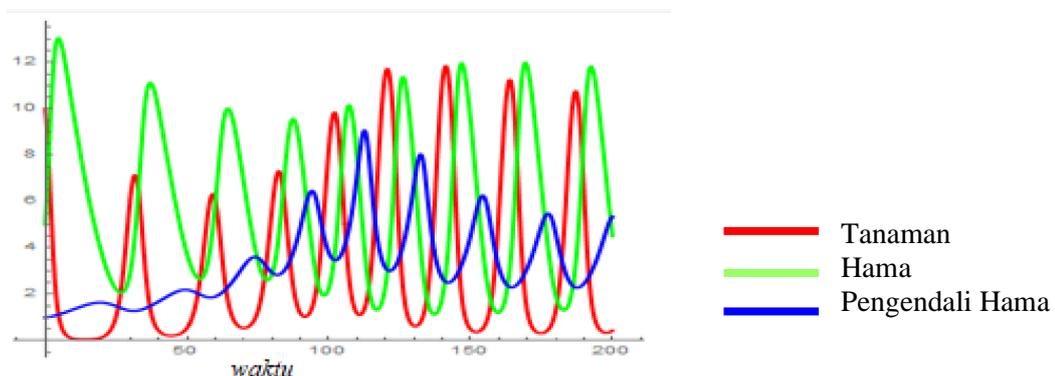
Dengan nilai j ini, titik tetapnya $T_1(0,0,0)$, $T_2(17,5; 0; 0)$, $T_3(0,83; 6,66; 0)$, $T_4(7,5; 4; 9,65)$. Dalam simulasi ini, populasi tanaman akan stabil ke titik tetap T_4 . Dengan adanya hama, populasi tanaman akan menurun, dari angka 10 menuju ke nilai 7,5. Populasi hama juga menurun dari 5 menuju 4, sedangkan populasi pengusir hama akan naik dari 1 menuju ke 9,65. Penjelasan gambarnya dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1 Bidang solusi $j = 0$

5.2 Simulasi 2: Efisiensi pertahanan 1%

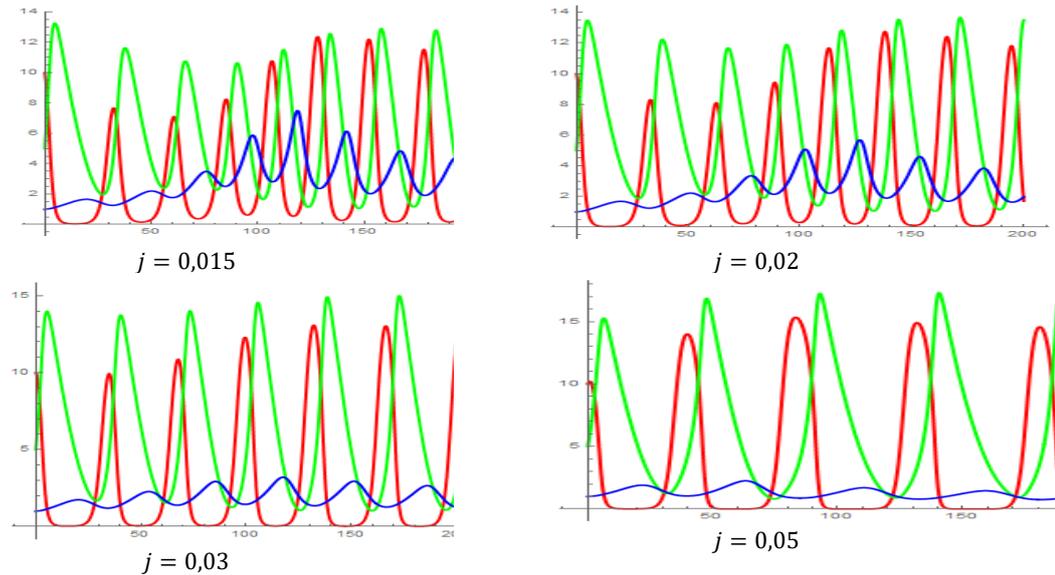
Dengan nilai $j = 0,01$ titik tetapnya adalah $T_1(0,0,0)$, $T_2(17,5; 0; 0)$, $T_3(0,834; 6,75; 0)$, $T_4(8,85; 4; 9,88)$. Dalam simulasi ini, populasi tanaman akan turun menuju ke nilai 8,85 (lebih besar dari kasus $j = 0$). Populasi hama tetap di 4, sedangkan populasi pengusir Hama akan naik menuju ke 9,88. Penjelasan gambarnya dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2 Bidang solusi saat $j = 0,01$

5.3 Simulasi 3: Efisiensi pertahanan dinaikkan dari 1,5% ke 5%

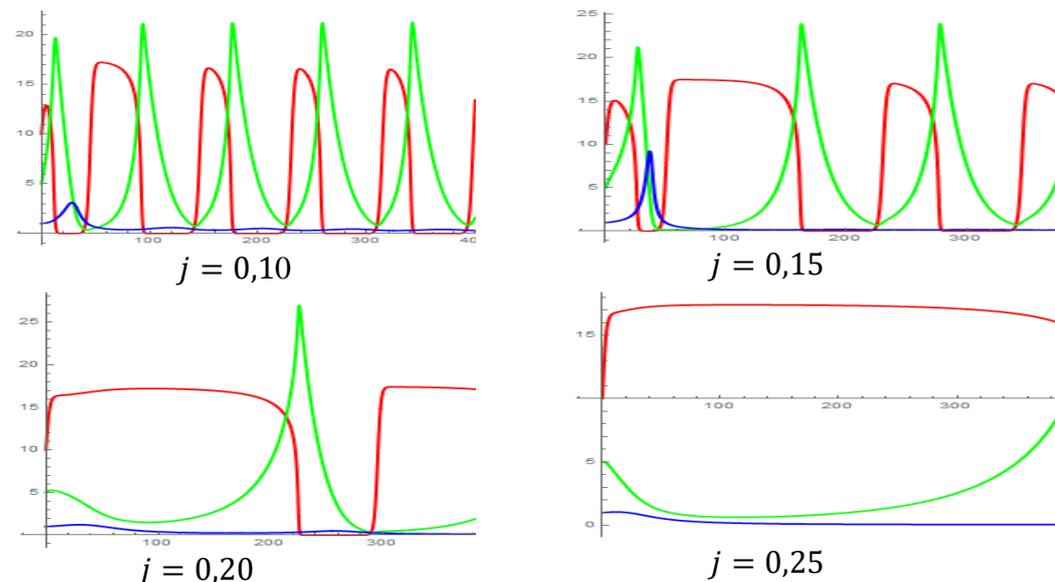
Saat nilai j dinaikkan, maka terlihat populasi pemangsa hama akan menurun menjadi nol sedangkan populasi tanaman dan hama cenderung tidak ada perubahan yang berarti. Hal ini menggambarkan terjadinya perubahan kestabilan dari semula stabil di titik tetap T_4 menjadi ke titik tetap T_3 . Penjelasan gambarnya dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3 Bidang solusi saat $j = 0,015; 0,02; 0,03$ dan $0,05$.

5.4 Simulasi 4: Efisiensi pertahanan dari 10% ke 25%

Saat nilai j dinaikkan terus, maka terlihat populasi pemangsa hama akan menurun menjadi nol demikian juga dengan populasi hama. Sedangkan populasi tanaman akan stabil di sebuah nilai. Penjelasan gambarnya dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4 Bidang solusi untuk $j = 0,10 ; 0,15; 0,20$ dan $0,25$.

Dari simulasi yang didapatkan, faktor pertahanan tanaman jika ditingkatkan akan membuat hama menjadi kecil dan populasi tanaman akan membesar.

6 Simpulan

Dalam penelitian ini, telah dikonstruksikan model penanganan hama terpadu yang terinspirasi dari mangsa-pemangsa Leslie-Gower. Diperoleh empat titik tetap yaitu T_1 , T_2 , T_3 dan T_4 . Titik tetap T_1 selalu bersifat sadel. Kestabilan titik tetap T_2 bergantung pada nilai parameter yang dipilih. Kestabilan bersifat sadel jika fungsi logistik populasi hama pertama lebih besar dari tingkat kematiannya. Titik tetap T_3 atau T_4 akan bersifat stabil pada parameter yang telah dipilih.

Pemilihan nilai koefisien pertahanan tanaman sangat berpengaruh pada kestabilan titik tetap. Ketika nilai koefisien pertahanan ini bernilai besar maka populasi hama dan populasi pemakan hama akan mengalami kepunahan. Apabila nilai koefisien pertahanan mangsa kecil atau mendekati nol maka simpangan solusi yang dihasilkan akan berosilasi lebih cepat sehingga perubahan banyaknya populasi tanaman dan hama akan mengalami kenaikan dan penurunan dalam waktu relatif singkat.

Daftar Pustaka

- [1] Aziz-Alaoui MA. 2002. Study of a Leslie–Gower-type tri-trophic population model. *Chaos Solitons Frac*, 14:1275–1293. [doi.org/10.1016/S0960-0779\(02\)00079-6](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(02)00079-6).
- [2] Bakhtiar T, Fitri IR, Hanum F, Kusnanto A. Mathematical Model of Pest Control Using Different Release Rates of Sterile Insects and Natural Enemies. *Mathematics* **2022**, *10*, 883. <https://doi.org/10.3390/math10060883>.
- [3] Edelstein-Keshet L. 2005. *Mathematical Models in Biology*. New York (US): Random House.
- [4] Fitri IR, Hanum F, Kusnanto A, Bakhtiar T. Optimal Pest Control Strategies with Cost-effectiveness Analysis, *The Scientific World Journal*, vol. 2021, Article ID 6630193, 17 pages, 2021. <https://doi.org/10.1155/2021/6630193>.
- [5] Mishra P. 2018. Study of a Leslie-Gower predator-prey model with prey defense and mutual interference of predators. *Nonlinear Science, Nonequilibrium, and Complex Phenomena*, 120:1-16. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2019.01.012>.
- [6] Strogatz SH. 2015. *Nonlinear Dynamics and Chaos, with Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Massachusete (US): Addison-Wesley Publishing Company.
- [7] Tu PNV. 1994. *Dynamical System. An Introduction with Application in Economics and Biology*. Heidelberg (DE): Springer-Verlag.