

# SENSITIVITAS SKALA DATA TERHADAP PENGUJIAN NILAI TENGAH

SUHARJO, B.<sup>1)</sup>, H. SUMARNO<sup>1)</sup>, DAN W. HARTONO<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Departemen Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Pertanian Bogor  
JI Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680, Indonesia

<sup>2)</sup>Mahasiswa Pascasarjana  
Sekolah Pasacasarjana, Institut Pertanian Bogor  
JI Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680, Indonesia

**Abstrak :** Masalah klasik yang dihadapi oleh para peneliti hingga saat ini dalam melakukan analisis statistika adalah skala data, terutama bagi peneliti yang menggunakan data hasil survey yang umumnya berbentuk kategori (nominal dan ordinal). Sementara analisis statistika yang dapat digunakan untuk menggali informasi data kategori masih terbatas, akhirnya analisis statistika analisis non parameterik seakan berhenti berkembangannya. Akhirnya penggunaan analisis parametrik menjadi pilihan yang tak terelakan, meski dengan risiko bias pada hasil dan kesimpulan. Penelitian ini bertujuan mempelajari bias yang ditimbulkan oleh penggunaan analisis parametrik pada data kategorikal. Secara spesifik analisis yang diteliti adalah uji T untuk membandingkan dua nilai tengah dua populasi. Dengan menggunakan data bangkitan untuk memperoleh data dengan berbagai ulangan, jumlah kategori, dan jenis sebaran. Dapat disimpulkan bahwa semakin banyak kategori dan jumlah ulangan, bias hasil pengujian semakin menurun. Hasil utama penelitian ini adalah diketahuinya tingkat bias hasil analisis dari kombinasi jumlah kategori dan ulangan serta sebaran data.

**Kata Kunci:** Data Kategori, Ulangan, Sebaran, Uji T, Bias

## 1. PENDAHULUAN

**1.1. Latarbelakang:** Pedhazur & Pedhazur (1987) menyatakan bahwa karakteristik dari objek amatan dalam penelitian sosial, yang biasanya adalah

manusia, pada hakekatnya bersifat kontinu. Karena keterbatasan alat ukur yang dimiliki oleh peneliti, maka karakteristik objek amatan yang sebenarnya bersifat kontinu diturunkan skalanya mejadi bersifat diskret (ordinal), hal ini merupakan tindakan yang tidak bisa dihindarkan. Bila ditelusuri lebih lanjut, akar permasalahannya terletak pada kondisi responden yang tidak memungkinkan untuk memberikan keterangan atau informasi seperti yang diinginkan oleh peneliti, hal ini disebabkan oleh berbagai keterbatasan yang dimiliki responden, terutama dalam mengenali kembali kejadian yang sudah berlalu dalam kurun waktu tertentu.

Permasalahan berikutnya yang sering dijumpai dalam analisis data adalah, keterbatasan jenis analisis yang dapat digunakan untuk menggali informasi dari data yang bersifat diskret, selain itu tidak banyak piranti lunak yang menawarkan atau dapat digunakan untuk membantu dalam menganalisis data berskala diskret ini. Akibatnya penggunaan analisis statistika parametrik menjadi pilihannya. Dalam kasus ini peneliti menggunakan analisis tersebut seakan-akan datanya berskala kontinu (interval atau rasio). Tindakan ini sudah barang tentu akan menimbulkan bias pada hasil dugaan ataupun bias pada hasil pengujian statistika. Hanya saja seberapa besar bias yang ditimbulkan bila dikaitkan dengan jumlah kategori data, jumlah contoh (*sample*) serta jenis sebaran data belum diketahui. Oleh karena itu informasi ini sangat diperlukan guna antisipasi besarnya bias dan strategi reduksi yang mungkin bisa dilakukan.

Dalam banyak kasus, perbandingan nilai tengah dua populasi atau lebih sering dilakukan, dimana uji T atau Uji Z lazim digunakan dalam analisis ini. Oleh karenanya kajian mengenai besarnya bias ini akan dilakukan dalam perbandingan nilai tengah khususnya untuk dua populasi.

**1.2. Tujuan Penelitian:** Sesuai dengan permasalahan di atas, maka tujuan penelitian ini adalah mencari besarnya bias yang ditimbulkan oleh penggunaan Uji T dalam membandingkan nilai tengah untuk dua populasi, dengan berbagai ukuran contoh, jumlah kategori dan sebaran data.

**1.3. Tinjauan Pustaka:** Untuk membandingkan nilai tengah dua populasi atau lebih bisa digunakan uji Z atau uji T, namun uji z hanya bisa digunakan apabila data berdistribusi normal serta ragam populasi diketahui. Pada kenyataannya, informasi mengenai parameter populasi ini jarang sekali bisa diketahui, jalan keluarnya adalah nilai parameter tersebut diduga dari contoh yang diambil, dimana simpangan baku populasi  $\sigma$ , diduga dengan simpangan baku contoh  $s$ . Hanya saja, untuk contoh berukuran kecil,  $s$  bukanlah nilai taksiran yang akurat untuk  $\sigma$  sehingga tidak valid lagi apabila digunakan untuk uji z. Untuk ukuran contoh yang kecil, bisa didekati dengan menggunakan uji *t*-student (Walpole 1993).

Sebaran *t* menyerupai sebaran z, dalam hal keduanya setangkup di sekitar nilai tengah nol. Kedua sebaran tersebut berbentuk genta, tetapi sebaran *t* lebih bervariasi, berdasarkan kenyataan bahwa nilai *t* bergantung pada fluktuasi dua besaran  $\bar{x}$  dan  $s^2$ , sedangkan nilai z bergantung hanya pada perubahan  $\bar{x}$  dari satu contoh ke contoh lainnya. Sebaran bagi *t* berbeda dengan sebaran bagi z, dalam hal ini ragamnya bergantung pada ukuran contoh  $n$  dan selalu lebih

besar dari 1. Hanya bila ukuran contoh  $n \rightarrow \infty$  kedua sebaran ini menjadi sama (Walpole 1993).

Penggunaan Uji T untuk membandingkan dua nilai tengah populasi, pada dasarnya diperlukan syarat yakni data yang digunakan berskala kontinu, namun dalam banyak kasus syarat ini tidak lagi dipedulikan karena kondisi objek amatan yang memungkinkan dilakukan pengukuran guna mendapatkan data yang berskala kontinu. Akibatnya hal ini menyebabkan syarat penggunaan uji- $T$  menjadi dilanggar, pelanggaran ini sudah pasti akan memberikan hasil yang bias.

Skala diskret dari hasil pengukuran dalam penelitian sosial muncul karena pengukuran menggunakan seperangkat pertanyaan yang memiliki beberapa pilihan jawaban (kategori). Menurut Dunn-Rankin *et al.* (2004), para peneliti telah membuat konsesus tentang banyaknya kategori pilihan jawaban yaitu 3 sampai 9, namun jumlah kategori 5 hingga 7 merupakan banyaknya kategori yang paling dianjurkan. Namun belum terdapat informasi besarnya bias yang ditimbulkan akibat pemilihan banyaknya kategori terkait parameter, sebaran data, jenis uji statistik, serta pengaruhnya terhadap kesimpulan uji statistik yang dilakukan.

## 2. METODE PENELITIAN

Dalam upaya mencapai tujuan penelitian di atas, data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data simulasi yang dibangkitkan menggunakan *Software Mathematica 8.0*. Penelitian ini dilakukan terhadap data yang menyebar normal dan Poisson dengan kasus 1 yaitu data menyebar normal,  $\mu_1 - \mu_2 = 0$ ,  $\sigma_1 = \sigma_2$ , kasus 2 yaitu data menyebar normal,  $\mu_1 - \mu_2 > 0$ ,  $\sigma_1 = \sigma_2$ , kasus 3 yaitu data menyebar Poisson,  $\mu_1 - \mu_2 = 0$ . Tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Membangkitkan dua kelompok contoh acak sederhana masing-masing sebanyak 1000 set data, memiliki nilai dari 0 sampai 100, menyebar normal dan Poisson, berukuran 10, 20, 30, 100, 200, 300, 400, 500, untuk kasus 1 dan kasus 2.
2. Menghitung nilai pendugaan galat maksimum rerata *margin of error* dari selang kepercayaan untuk kasus selisih nilai tengah dua populasi dari maksimum 1000 set data pada masing-masing ukuran contoh dan sebaran kemudian dicari rerata nya.
3. Menghitung banyaknya interval yang mengandung atau tidak mengandung  $\mu_1 - \mu_2$  pada data awal.
4. Melakukan uji- $T$  pada maksimum 1000 set data awal, kemudian dihitung yang terima atau tolak  $H_0$ .

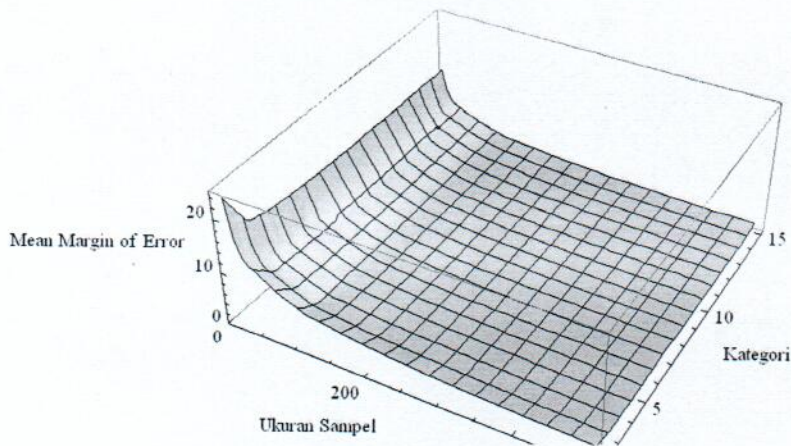
5. Setiap sebaran data dikonversi menjadi 2 hingga 15 kategori. Kategorisasi dilakukan menggunakan panjang interval yang sama.
6. Pada sebaran data dengan kategori-kategori yang baru terbentuk selanjutnya dihitung kembali rerata *margin of error*.
7. Menghitung banyaknya interval yang mengandung atau tidak mengandung  $\mu_1 - \mu_2$  pada data kategori.
8. Melakukan uji-*T* pada maksimum 1000 set data kategori, kemudian dihitung yang terima atau tolak  $H_0$ .
9. Nilai rerata *margin of error* untuk data awal dan kategori di plotkan ke dalam grafik, kemudian ditentukan fungsi pendekatannya.
10. Interpretasi hasil dan kesimpulan.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data dibangkitkan dengan menggunakan Software *Mathematica* 8.0 dengan parameter  $\mu, \sigma^2$  dan banyaknya kategori  $k$  yang nilainya dibatasi dari 2 sampai 15 serta ukuran contoh  $n$  yang dapat diubah sesuai kebutuhan penelitian telah disiapkan untuk menjalankan simulasi tersebut. Hasil akhir dari penelitian ini adalah diperolehnya suatu fungsi *margin of error* yang nilainya ditentukan oleh dua peubah yaitu banyaknya kategori  $k$  dan ukuran contoh  $n$ . Untuk keperluan tersebut, akan dibangkitkan nilai *margin of error* dari setiap kasus, kemudian melakukan *fit* terhadap nilai-nilainya agar diperoleh suatu fungsi pendekatan.

Tabel 1 Rerata *Margin of Error* data normal,  $\mu_1 = \mu_2 = 50, \sigma_1 = \sigma_2 = 15$

Kategori	ntoh							
	10	20	30	100	200	300	400	500
2	23,421	15,495	12,651	6,931	4,899	4,000	3,464	3,099
3	16,245	10,598	8,678	4,736	3,364	2,754	2,379	2,128
4	15,339	10,183	8,353	4,582	3,246	2,653	2,294	2,055
5	14,823	9,827	8,089	4,425	3,129	2,559	2,213	1,981
6	14,483	9,686	7,922	4,329	3,070	2,510	2,170	1,942
7	14,305	9,521	7,827	4,281	3,035	2,479	2,142	1,919
8	14,192	9,447	7,750	4,243	3,007	2,456	2,124	1,902
9	14,093	9,417	7,715	4,214	2,989	2,443	2,113	1,891
10	14,045	9,360	7,691	4,204	2,978	2,434	2,104	2,884
11	13,984	9,339	7,658	4,185	2,969	2,426	2,098	1,878
12	13,975	9,314	7,637	4,176	2,961	2,420	2,093	1,873
13	13,926	9,292	7,628	4,167	2,957	2,415	2,089	1,871
14	13,942	9,281	7,616	4,163	2,952	2,412	2,086	1,867
15	13,922	9,262	7,611	4,157	2,948	2,409	2,083	1,865
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Data Awal	13,791	9,194	7,547	4,123	2,924	2,390	2,066	1,850

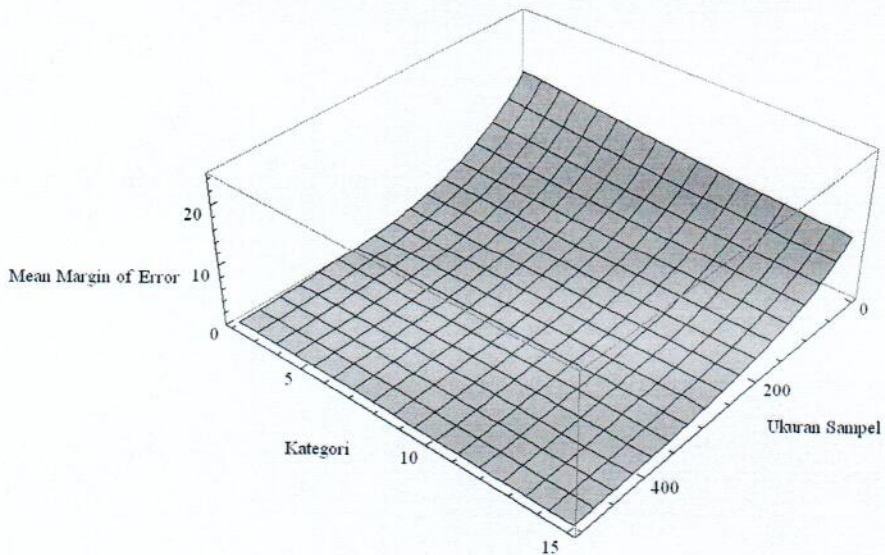


Gambar 1 Plot *mean margin of error* data sebaran normal  $\mu_1 = \mu_2 = 50, \sigma_1 = \sigma_2 = 15$ .

Dengan melakukan *fit* data nilai rerata *mean margin of error* pada Tabel 1 maka diperoleh fungsi seperti berikut:

$$f(k, n) = 16,0587 e^{-0,0263 k - 0,0077 n} \quad (1)$$

dengan  $k$  adalah banyaknya kategori dan  $n$  adalah banyaknya ukuran contoh. Jika persamaan (1) diplotkan pada grafik maka akan diperoleh Gambar 2.



Gambar 2 Plot fungsi  $f(k, n)$  sebaran normal  $\mu_1 = \mu_2 = 50, \sigma_1 = \sigma_2 = 15$ .

Tabel 2 Rerata *Margin of Error* data normal,  $\mu_1 = 50$ ,  $\mu_2 = 40$ ,  $\sigma_1 = \sigma_2 = 15$ 

Kategori	Contoh							
	10	20	30	100	200	300	400	500
2	22,210	14,538	11,835	6,499	4,593	3,748	3,247	2,905
3	16,155	10,663	8,780	4,819	3,415	2,786	2,412	2,160
4	15,201	10,145	8,252	4,552	3,222	2,629	2,275	2,038
5	14,636	9,814	7,995	4,403	3,111	2,538	2,198	1,969
6	14,320	9,594	7,835	4,311	3,053	2,488	2,155	1,931
7	14,184	9,472	7,747	4,256	3,012	2,458	2,129	1,907
8	14,062	9,418	7,658	4,221	2,990	2,437	2,111	1,891
9	13,945	9,333	7,633	4,201	2,974	2,424	2,100	1,881
10	13,908	9,318	7,599	4,183	2,959	2,414	2,090	1,872
11	13,861	9,294	7,576	4,169	2,951	2,406	2,085	1,867
12	13,829	9,265	7,555	4,159	2,945	2,400	2,079	1,863
13	13,828	9,246	7,543	4,153	2,939	2,396	2,075	1,859
14	13,786	9,226	7,532	4,145	2,935	2,393	2,073	1,857
15	13,755	9,223	7,525	4,141	2,932	2,390	2,070	1,854
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Data Awal	13,661	9,150	7,464	4,108	2,908	2,371	2,053	1,840

**Teorema 1:** Untuk peubah acak  $\bar{X}_1$  dan  $\bar{X}_2$  yang saling bebas dan terdefinisi pada ruang contoh yang sama dengan  $c$  adalah konstanta positif, jika  $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \sim N(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2})$  maka  $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - c) \sim N(\mu_1 - \mu_2 - c, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2})$ .

**Bukti.**

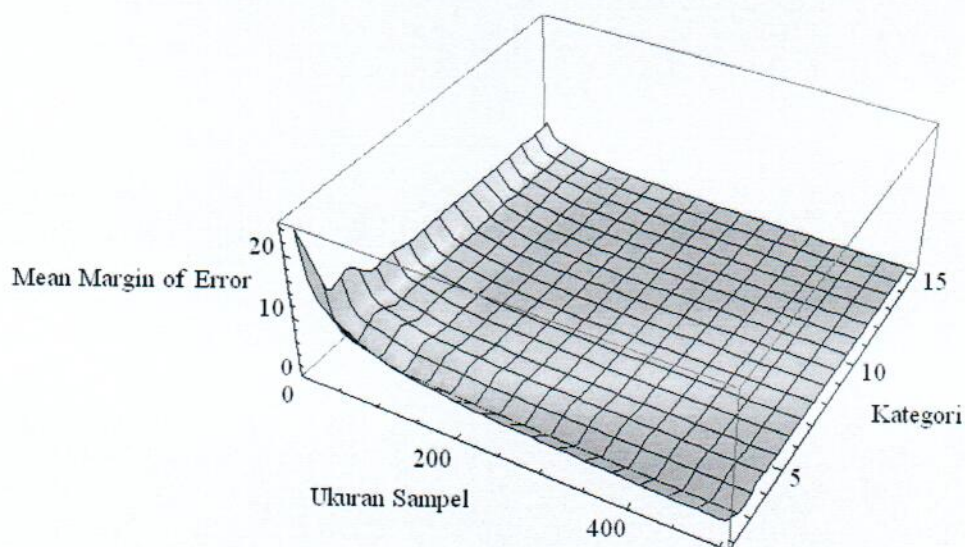
$$\begin{aligned}
 E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - c) &= E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - E(c) = \mu_1 - \mu_2 - c. \\
 \text{Var}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - c) &= \text{Var}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \text{Var}(c) \\
 &= \text{Var}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + 0 \\
 &= \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \quad \blacksquare
 \end{aligned}$$

Jika data pada Tabel 1 dibandingkan dengan data pada Tabel 2 maka terlihat nilai *mean margin of error* nya cenderung sama seperti yang telah dibuktikan oleh Teorema 1 bahwa perubahan selisih nilai tengah tidak akan mengubah ragam sehingga nilai *mean margin of error* nya cenderung sama.

Tabel 3 Rerata *Margin of Error* data Poisson,  $\mu_1 = \mu_2 = 50$ 

Kategori	Contoh							
	10	20	30	100	200	300	400	500
2	23,368	15,482	12,608	6,911	4,885	3,989	3,455	3,090
3	10,254	5,009	3,494	1,361	0,918	0,734	0,641	0,573
4	11,708	7,750	6,319	3,462	2,446	1,998	1,730	1,548
5	7,998	4,948	3,993	2,198	1,560	1,271	1,102	0,985
6	8,356	5,547	4,517	2,477	1,755	1,430	1,240	1,108
7	7,281	4,783	3,921	2,147	1,523	1,244	1,077	0,962
8	7,339	4,917	3,992	2,202	1,557	1,269	1,101	0,984
9	7,231	4,826	3,959	2,162	1,536	1,251	1,084	0,970

10	7,034	4,707	3,848	2,112	1,498	1,221	1,058	0,945
11	7,016	4,706	3,826	2,106	1,493	1,216	1,053	0,942
12	6,820	4,569	3,733	2,044	1,451	1,182	1,025	0,916
13	6,958	4,664	3,808	2,089	1,480	1,206	1,045	0,935
14	6,610	4,419	3,600	1,977	1,400	1,143	0,990	0,885
15	6,727	4,507	3,683	2,021	1,433	1,168	1,012	0,905
:								
Data Awal	6,523	4,368	3,568	1,957	1,388	1,131	0,980	0,876

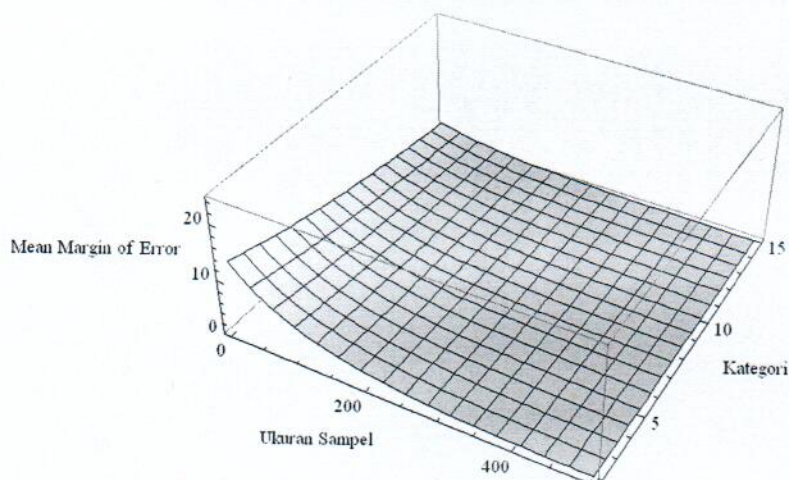


Gambar 3 Plot mean margin of error data Poisson,  $\mu_1 = \mu_2 = 50$ .

Dengan melakukan *fit* data nilai rerata mean margin of error pada Tabel 3 maka diperoleh fungsi seperti berikut:

$$f(k, n) = 15,9706 e^{-0,0936 k - 0,0092 n} \quad (2)$$

dengan  $k$  adalah banyaknya kategori dan  $n$  adalah banyaknya ukuran contoh. Jika persamaan (2) diplotkan pada grafik maka akan diperoleh Gambar 4.



Gambar 4 Plot fungsi  $f(k, n)$  sebaran Poisson  $\mu_1 = \mu_2 = 50$ .

Pada data yang menyebar normal, setelah disimulasikan menggunakan parameter  $\mu_1 = \mu_2 = 50$  dan  $\mu_1 = 50$  dengan  $\mu_1 \geq \mu_2$ ,  $\sigma_1 = \sigma_2 = 15$ , diperoleh informasi bahwa banyaknya *true* parameter yang berada pada selang kepercayaan akan sama dengan banyaknya terima  $H_0$  pada uji- $T$ . Sedangkan banyaknya *true* parameter yang berada di luar selang kepercayaan akan sama dengan banyaknya tolak  $H_0$  pada uji- $T$ . Untuk setiap kategori, banyaknya terima  $H_0$  berada di sekitar atau tepat  $(1 - \alpha) \times$  banyaknya set data yang disimulasikan, sedangkan yang tolak  $H_0$  berada di sekitar atau tepat  $\alpha \times$  banyaknya set data, dengan  $\alpha$  adalah taraf nyata. Hal ini berarti pengkategorian data akan menyebabkan peningkatan nilai *mean margin of error*, tetapi peningkatan nilai tersebut tidak sampai mengubah kesimpulan uji- $T$ .

Penggunaan data yang menyebar Poisson pada uji- $T$  jelas melanggar syarat penggunaan uji tersebut. Tetapi setelah disimulasikan menggunakan parameter  $\mu_1 = \mu_2 = 50$ , diperoleh informasi bahwa banyaknya *true* parameter yang berada pada selang kepercayaan akan sama dengan banyaknya terima  $H_0$  pada uji- $T$ . Sedangkan banyaknya *true* parameter yang berada di luar selang kepercayaan akan sama dengan banyaknya tolak  $H_0$  pada uji- $T$ . Untuk setiap kategori, banyaknya terima  $H_0$  berada di sekitar atau tepat  $(1 - \alpha) \times$  banyaknya set data yang disimulasikan, sedangkan yang tolak  $H_0$  berada di sekitar atau tepat  $\alpha \times$  banyaknya set data, dengan  $\alpha$  adalah taraf nyata. Hal ini berarti pengkategorian data akan menyebabkan peningkatan nilai *mean margin of error*, tetapi peningkatan nilai tersebut tidak sampai mengubah kesimpulan uji- $T$ .

#### 4. SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan kajian sensitivitas skala data terhadap uji  $T$  menggunakan rerata *margin of error* dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Untuk data yang menyebar normal, dengan parameter  $\mu_1 = \mu_2 = 50$  dan  $\mu_1 = 50$  dengan  $\mu_1 > \mu_2$ , serta  $\sigma_1 = \sigma_2 = 15$ , maka fungsi bias yang merupakan nilai *mean margin of error* nya adalah

$$f(k, n) = 16,0587 e^{-0,0263 k - 0,0077 n}$$

dengan  $k$  adalah banyaknya kategori dan  $n$  adalah ukuran contoh.

2. Untuk data yang menyebar Poisson, dengan parameter  $\mu_1 = \mu_2 = 50$ , maka fungsi bias yang merupakan nilai *mean margin of error* nya adalah

$$f(k, n) = 15,9706 e^{-0,0936 k - 0,0092 n}$$

dengan  $k$  adalah banyaknya kategori dan  $n$  adalah ukuran contoh.

3. Untuk kondisi jumlah sample dan kategori yang sama, sebaran poisson menunjukkan nilai bias yang lebih kecil dari sebaran normal, hal ini diduga disebabkan oleh keterbatasan variasi nilai yang mungkin muncul pada suatu peluang kejadian.
4. Untuk setiap kategori, semakin besar ukuran contoh maka biasanya semakin kecil. Demikian juga sebaliknya, untuk setiap ukuran contoh, semakin banyak kategori maka biasanya semakin kecil.



5. Untuk keperluan praktis bagi para peneliti, bila jawaban pertanyaan akan diberikan dengan 3 pilihan jawaban berskala ordinal, maka jumlah contoh minimal haruslah 200 ulangan, agar bias dugaan yang ditimbulkan tidak melebihi 5%. Bila jumlah pilihan jawaban 5 kategori, maka jumlah sample yang diperlukan minimal 80 untuk membatasi bias dugaan yang sama.

### DAFTAR PUSTAKA

- [1] **Agresti A.** 2002. *Categorical Data Analysis*. Second Edition. John Wiley & Son. USA  
Billingsley P. 1991. *Probability and Measure*. New York: John Willey & Sons.
- [2] **Brace I.** 2004. *Questionnaire design: how to plan, structure and write survei material for effective market research*. London & Sterling, VA. USA
- [3] **Brase CH, Brase CP.** 2009. *Understandable Statistics: Concept and Methods*. Ninth Edition. Brooks/Cole. Boston-USA
- [4] **Dunn-Rankin et al.** 2004. *Scaling Methods*. Second Edition. Lawrence Erlbaum Associates, Publisher. New Jersey-USA.
- [5] **Freund RJ, Wilson WJ.** 2003. *Statistical Methods*. Second Edition. Elsevier Science (USA).
- [6] **Ghahramani S.** 2005. *Fundamental of Probability dengan Stochastic Process*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- [7] **Grimmet GR, Stirzaker DR.** 2001. *Probability and Random Processes*. Ed ke-3. Oxford: University Press.
- [8] **Pelosi MK, Sandifer TM.** 2003. *Elementary Statistics*. John Wiley & Sons. USA
- [9] **Purcell EJ, Varberg D.** 1999. *Kalkulus dan Geometri Analisis*, Ed ke-2. Susila IN, Kartasasmita B, Ruwuh, Terjemahan; Jakarta: Erlangga. Terjemahan dari: *Calculus With Analytic Geometry, 2<sup>nd</sup> Edition*.
- [10] **Pritsker AA, O'Reilly JJ.** 1999. *Simulation with Visual Slam and Awesim*. John Wiley & Sons. USA
- [11] **Ross SM.** 2000. *Stochastic Process*. New York: Macmillan Publishing Company.
- [12] **Triola MF.** 2006. *Elementary Statistics*. Tenth Edition. Pearson Education, Inc.
- [13] **Walpole RE.** 1993. *Pengantar Statistika*. Edisi ke-3. PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.