

PEMANTAUAN PERSAMAAN MODEL STRUKTURAL DALAM DATA ORDINAL

B. SUHARJO¹⁾, LA MBAU²⁾, DAN N.K. KUTHA ARDANA¹⁾

¹⁾Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, IPB
JI Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680 Indonesia

²⁾Mahasiswa Program S2 Matematika Terapan
Sekolah Pascasarjana, IPB
JI Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680 Indonesia

Abstrak :. Structural equation modeling (SEM) is one of multivariate techniques that can estimates a series of interrelated dependence relationships from a number of endogenous and exogenous variables, as well as latent (unobserved) variables simultaneously. To estimates their parameters, SEM based on structure covariance matrix, there are severals methods can be used as estimation methods, namely maximum likelihood (ML), weighted least squares (WLS), generalized least squares (GLS) and unweighted least squares (ULS). The purpose of this paper are to learn these methods in estimating SEM parameters and to compare their consistency, accuracy and sensitivity based on sample size and multinormality assumption of observed variables. Using a fully crossed design, data were generated for 2 conditions of normality and 5 different sample sizes. The result showed that when data are normally distributed, ML and GLS more consistent and accurate then the other methods

Kata kunci: SEM, latent variables, LISREL, multinormality.

1. PENDAHULUAN

1.1. **Latar Belakang:** Penggunaan Pemodelan Persamaan Struktural (*Structural Equation Modeling*, SEM) semakin meluas diberbagai bidang. Metode ini memiliki banyak nama, diantaranya adalah model hybrid, karena menggabungkan antara model pengukuran dan model struktural yang melibatkan peubah *laten* (Bollen,1989).

Dalam pemodelan kuantitatif, seperti halnya SEM, aktivitas yang sangat intensif adalah proses pendugaan parameter model. Dalam SEM pendugaan parameter

ditujukan untuk pengepasan matriks koragam model sebagai dugaan terhadap matriks koragam populasi yang direpresentasikan melalui contohnya. Saat ini terdapat sedikitnya 5 metode pendugaan parameter yang lazim digunakan dalam SEM, diantaranya adalah *Maximum Likelihood* (ML), *Weighted Least Squares* (WLS), *Generalized Least Squares* (GLS) dan *Unweighted Least Squares* (ULS). Masing-masing metode memiliki kekhususan dalam penggunaannya sesuai dengan sebaran, ukuran contoh dan skala data, serta asumsi yang mendasarinya.

Dari banyak literatur ditunjukkan bahwa, beberapa metode penduga parameter memerlukan asumsi yang ketat terkait dengan bentuk sebaran dan ukuran contoh. Metode ML dan GLS memerlukan asumsi kenormalan ganda pada data. Sementara metode WLS dan ULS tidak memerlukan asumsi kenormalan ganda. Menurut Engel (2003), jika data pengamatan menyebar normal ganda dan ukuran contoh cukup besar, maka metode ML menghasilkan dugaan parameter yang takbias, konsisten dan efisien secara asimtotis. Namun demikian berbagai metode tersebut saat ini belum teridentifikasi tingkat konsistensi dan ketepatan hasil dugaannya jika sebaran data tak normal maupun untuk berbagai ukuran contoh. Mengingat SEM sangat peka terhadap ukuran contoh dan sebaran data, maka kajian terhadap ketepatan, kekonsistenan serta sensitivitas hasil dugaan dengan berbagai kondisi data tersebut perlu dilakukan.

Alasan lain adalah, para praktisi seringkali melakukan coba-coba (*trial & error*) dalam melakukan pengepasan terhadap koefisien model dengan menggunakan berbagai metode, tanpa mengetahui sebaran data terlebih dahulu. Hasil terbaik akan dipilih berdasarkan terpenuhinya ukuran keseuaian model yang digunakan. Disisi lain meski penggunaan suatu metode sudah dicoba disesuaikan dengan kondisi data, namun seringkali hasilnya jauh dari harapan, meski upaya modifikasi terhadap pola kausalitas antar peubah indikator telah dilakukan. Akibatnya eksplorasi akan dilakukan terhadap semua kemungkinan metode yang mampu memberikan pengepasan terbaik. Oleh karena itu informasi mengenai petunjuk praktis penentuan metode pendugaan parameter model yang sesuai dengan karakteristik data diharapkan akan sangat bermanfaat bagi para praktisi.

1.2. Tujuan Penelitian

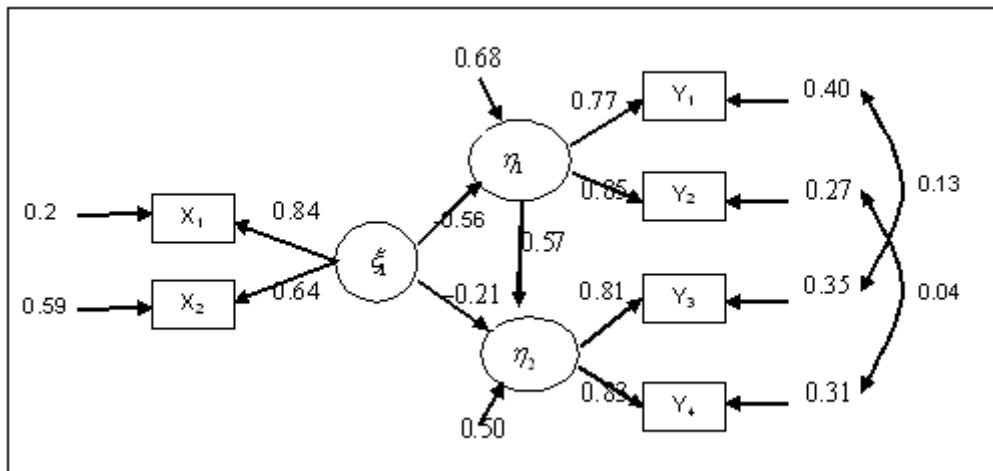
1. Membandingkan kekonsistenan dan akurasi metode ML, WLS, GLS dan ULS ditinjau dari ukuran contoh dan bentuk sebaran data.
2. Mengetahui sensitivitas metode ML, WLS, GLS dan ULS ditinjau dari ukuran contoh dan bentuk sebaran.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini berbasis pada simulasi komputer dalam pembangkitan datanya, dimana kaidah yang digunakan adalah sebaran normal ganda. Untuk pembangkitan dan pengepasan model dilakukan dengan bantuan perangkat lunak PRELIS 2 dalam LISREL 8.5. Tahapan yang dilakukan meliputi:

1. Spesifikasi model Teoritis dan koefisiennya (Gambar 1).
2. Membangkitkan data (matriks koragam) berdasarkan koefisien model persamaan struktural dari tahap 1 dengan kriteria berikut:
 - a. Variasi ukuran contoh 100, 200, 300, 400 dan 500.

- b. Sebaran masing-masing gugus normal ganda dan tidak menyebar normal ganda.
3. Melakukan pendugaan koefisien model dengan menggunakan metode ML, WLS, GLS dan ULS untuk setiap gugus data dan sebaran
4. Menentukan *Mean Absolute Relative Bias* (MARB) dan Kuadrat Tengah Galat (KTG) parameter dugaan masing-masing metode serta ukuran kelayakan model dugaan untuk masing-masing gugus data dan sebaran.
5. Identifikasi konsistensi dan sensitivitas setiap metode berdasarkan nilai MARB dan KTG koefisien dugaannya, sedangkan ketepatan masing-masing metode didasarkan pada ukuran kelayakan model.



Gambar 1. Model Teoritis Alienasi

Model Persamaan Struktural teoritis seperti yang terlihat pada Gambar 1, diperoleh dari Jöreskog & Sörbom (1996a). Pemilihan model ini semata-mata akan dijadikan sebagai basis pembangkitan data untuk keperluan simulasi pengujian metode pendugaan koefisien model.

3. LANDASAN TEORI

3.1. Spesifikasi Model: Model persamaan struktural terdiri dari dua model utama yaitu model struktural dan model pengukuran. Model struktural menjelaskan keterkaitan hubungan antara peubah laten, sedangkan model pengukuran menjelaskan keterkaitan hubungan peubah laten dengan indikatornya.

Model umum persamaan struktural didefinisikan sebagai berikut:

$$\eta = B\eta + \Gamma\xi + \zeta \tag{1}$$

Model pengukuran terdiri atas dua yaitu model pengukuran endogen (y) dan model pengukuran eksogen (x). Kedua model pengukuran ini didefinisikan sebagai berikut:

$$y = \Lambda_y\eta + \varepsilon \tag{2}$$

$$x = \Lambda_x\xi + \delta \tag{3}$$

Matriks koragam Σ dari indikator-indikator x dan y dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{yy} & \Sigma_{yx} \\ \Sigma_{xy} & \Sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (4)$$

dimana, Σ_{yy} adalah matriks koragam bagi peubah pengamatan y yaitu:

$$\Sigma_{yy} = \Lambda_y(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\Gamma\Phi\Gamma' + \Psi)((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1})' \Lambda_y' + \Theta_\varepsilon \quad (5)$$

Σ_{yx} adalah matriks koragam bagi peubah pengamatan y dan x yang dapat ditulis sebagai:

$$\Sigma_{yx} = \Lambda_y(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\Gamma\Phi\Lambda_x' \quad (6)$$

Σ_{xy} merupakan matriks putaran dari Σ_{yx} , sedangkan matriks koragam bagi peubah pengamatan x adalah:

$$\Sigma_{xx} = \Lambda_x\Phi\Lambda_x' + \Theta_\delta \quad (7)$$

Dari persamaan (5),(6) dan (7) matriks Σ merupakan fungsi dari parameter $\theta = (\Lambda_y, \Lambda_x, \mathbf{B}, \Gamma, \Phi, \Psi, \Theta_\varepsilon, \Theta_\delta)$, selanjutnya dapat dituliskan sebagai:

$$\Sigma(\theta) = \begin{pmatrix} \Lambda_y(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\Gamma\Phi\Gamma' + \Psi)((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1})' \Lambda_y' + \Theta_\varepsilon & \Lambda_y(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\Gamma\Phi\Lambda_x' \\ \Lambda_x\Phi\Gamma'((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1})' \Lambda_y' & \Lambda_x\Phi\Lambda_x' + \Theta_\delta \end{pmatrix} \quad (8)$$

3.2. Kajian Metode Pendugaan Parameter: Pendugaan parameter model adalah pengepasan matriks koragam model Σ dengan matriks koragam contoh \mathbf{S} . Fungsi pengepasan ini dinyatakan dengan $F(\mathbf{S}, \Sigma)$ yakni suatu fungsi yang bergantung pada \mathbf{S} dan Σ . Menurut Bollen (1989), sifat-sifat fungsi pengepasan adalah :

1. $F(\mathbf{S}, \Sigma)$ adalah besaran skalar.
2. $F(\mathbf{S}, \Sigma) \geq 0$, $F(\mathbf{S}, \Sigma) = 0$ jika dan hanya jika $\Sigma = \mathbf{S}$.
3. $F(\mathbf{S}, \Sigma)$ adalah fungsi kontinu dalam Σ dan \mathbf{S} .

3.2.1. Metode Kemungkinan Maksimum (ML): Menurut Garson (2000), estimasi yang dilakukan metode ML didasarkan melalui maksimisasi probabilitas (*likelihood*), dimana setiap matriks koragam yang diobservasi diperoleh dari suatu populasi yang diasumsikan sama seperti yang direfleksikan oleh hasil dugaan koefisien. Metode ML mengasumsikan bahwa peubah-peubah dalam model menyebar normal ganda. Fungsi pengepasan untuk metode ini adalah sebagai berikut:

$$F_{ML} = \log|\Sigma(\theta)| + \text{tr}(\mathbf{S}\Sigma^{-1}(\theta)) - \log|\mathbf{S}| - (p + q) \quad (11)$$

3.2.2. Metode Kuadrat Terkecil Terboboti (WLS): Jika data pengamatan kontinu tetapi tidak menyebar normal ganda, maka metode penduga yang umum digunakan adalah WLS (Engel, 2003). Pendugaan parameter dengan metode ini dilakukan dengan meminimumkan jumlah kuadrat dari selisih antara unsur-unsur matriks koragam sampel dengan matriks koragam model. Fungsi pengepasan WLS dirumuskan sebagai:

$$F_{WLS} = [\mathbf{s} - \sigma(\theta)]' \mathbf{W}^{-1} [\mathbf{s} - \sigma(\theta)] \quad (12)$$

Pada persamaan tersebut \mathbf{s} adalah vektor yang terdiri dari $\frac{1}{2}(p+q)(p+q+1)$ elemen yang diperoleh dengan menempatkan elemen-elemen \mathbf{S} dalam sebuah vektor, $\sigma(\theta)$ adalah vektor berorde sama yang bersesuaian dengan $\Sigma(\theta)$, θ adalah vektor $(t \times 1)$ dari parameter bebas dan \mathbf{W}^{-1} matriks pembobot definit positif yang berukuran $\frac{1}{2}(p+q)(p+q+1) \times \frac{1}{2}(p+q)(p+q+1)$.

3.2.3. Metode Kuadrat Terkecil Umum (GLS): Kasus khusus dari WLS adalah GLS. Penggunaan metode ini didasarkan pada asumsi yang sama dengan metode ML. Namun demikian menurut Engel (2003), kinerja metode ini kurang baik pada ukuran contoh yang kecil. Pendugaan parameter dengan metode GLS dilakukan dengan meminimumkan jumlah dari kuadrat unsur-unsur $(\mathbf{S}-\Sigma)$.

Bentuk umum fungsi pengepasan GLS adalah:

$$F_{\text{GLS}} = (1/2)\text{tr}[\{(\mathbf{S}-\Sigma)\mathbf{W}^{-1}\}^2] \quad (13)$$

Matriks pembobot \mathbf{W} dari persamaan tersebut dipilih sama dengan \mathbf{S} .

3.2.4. Metode Kuadrat sTerkecil tanpa Pembobot (ULS): F_{ULS} adalah bentuk khusus F_{GLS} apabila $\mathbf{W}^{-1} = \mathbf{I}$. Metode ULS meminimumkan jumlah kuadrat setiap elemen di dalam matriks sisaan $(\mathbf{S}-\Sigma(\theta))$. Metode ini menghasilkan penduga yang konsisten bagi θ . Selain itu menurut Garson (2000), metode ini tidak memerlukan asumsi sebaran bagi peubah pengamatan. Fungsi pengepasan metode ULS dinyatakan oleh :

$$F_{\text{ULS}} = (1/2)\text{tr}[(\mathbf{S}-\Sigma(\theta))^2] \quad (14)$$

3.4. Evaluasi Model: Ukuran kesesuaian model atau pengujian ketepatan metode pendugaan koefisien model digunakan kaidah berikut:

1. Uji χ^2
2. GFI (*Goodness of Fit Index*) dan AGFI (*Adjusted GFI*)
3. RMSEA (*Root Mean Square Error of Approximation*)
4. RMSR (*Root Mean Square Residual*)

Kriteria untuk menilai kekonsistenan suatu metode:

1. *Mean Absolute Relative Bias* (MARB) adalah rata-rata nilai mutlak bias keseluruhan parameter model relatif terhadap parameternya.

$$\text{MARB}(\hat{\theta}_i) = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \left| \frac{\hat{\theta}_i - \theta_i}{\theta_i} \right|; \quad i = 1, 2, 3, \dots, 20. \quad (9)$$

2. Kuadrat Tengah Galat (KTG) adalah nilai harapan kuadrat dari selisih-selisih suatu statistik dengan parameternya.

$$\text{KTG}(\theta) = E[(\theta - \hat{\theta})^2] \quad (10)$$

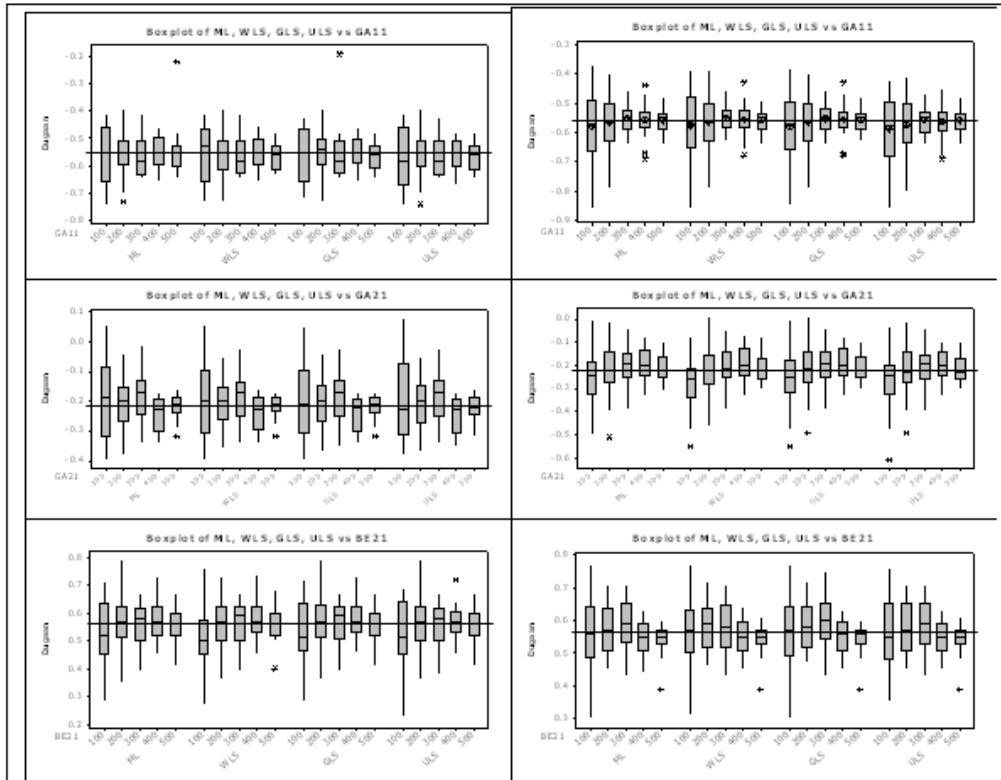
4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Pembangkitan Data: Dari hasil simulasi guna pembangkitan data dengan beberapa pengulangan diperoleh sejumlah gugus data sesuai dengan kriteria yang telah ditentukan baik untuk jenis sebara maupun jumlah pengamatan. Dari data hasil bangkitan, kemudian dilakukan pendugaan koefisien model dengan berbagai metode (ML, WLS, GLS dan ULS).

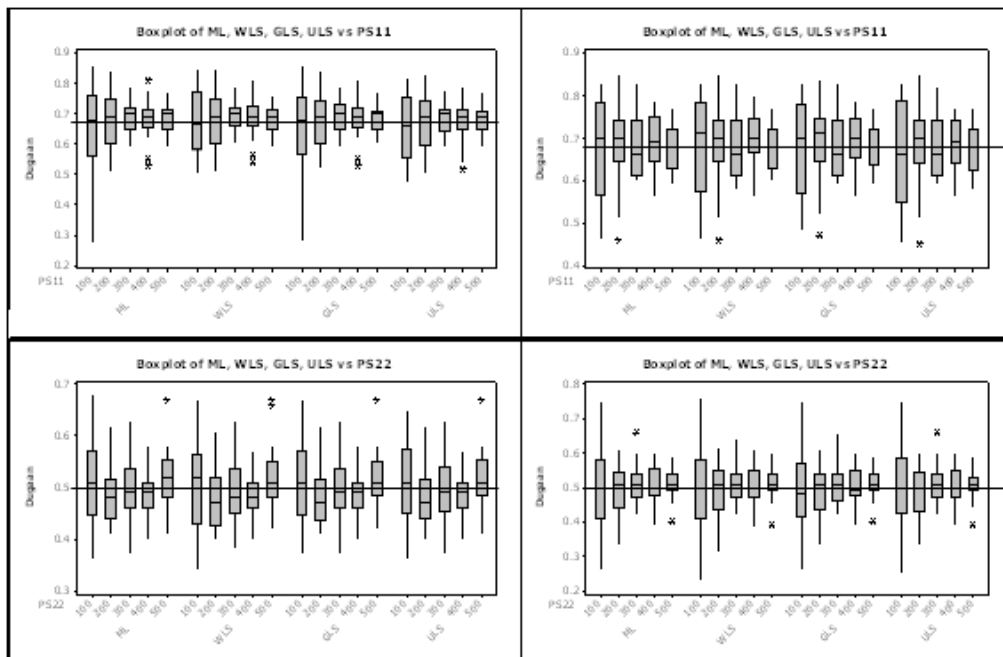
4.2. Dugaan Parameter Model Struktural: Bias dan keragaman dugaan parameter model dengan menggunakan metode ML, WLS, GLS dan ULS untuk berbagai bentuk sebaran dan ukuran contoh disajikan dalam bentuk *boxplot* Gambar 2 dan Gambar 3.

Dari Gambar 2, pendugaan parameter γ_{11} (GA11) dan β_{21} (BE21) pada $N = 500$ untuk berbagai bentuk sebaran, semua metode relatif konsisten. Untuk parameter γ_{21} (GA21) dengan data menyebar normal ganda, semua metode tampak relatif lebih konsisten, sedangkan pada sebaran tak normal

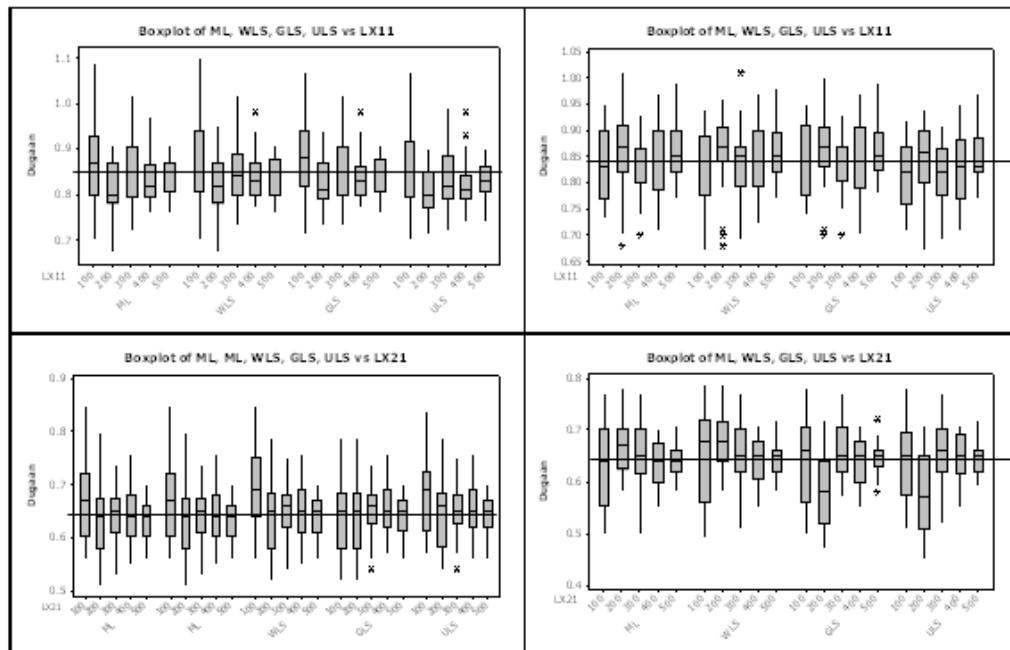
ganda hanya pada $N = 400$ dan 500 semua metode relatif lebih konsisten. Gambar 3 menyajikan nilai dugaan untuk matriks koragam bagi ζ atau parameter dalam Ψ . Untuk parameter ψ_{11} , pada semua sebaran seluruh metode relatif konsisten pada $N = 500$. Dugaan untuk ψ_{22} , pada sebaran normal ganda dan berbagai ukuran contoh, seluruh metode relatif lebih konsisten, sementara pada sebaran tak normal ganda, hanya pada $N= 500$ semua metode juga relatif konsisten.



Gambar 2. Dugaan parameter γ_{11} (GA11), γ_{21} (GA21) dan β_{21} (BE21) pada berbagai ukuran contoh dan bentuk sebaran (normal ganda pada kolom kiri dan tak normal ganda pada kolom kanan).



Gambar 3. Dugaan parameter ψ_{11} (PS11) dan ψ_{22} (PS22) pada berbagai ukuran contoh dan sebaran (normal ganda kolom kiri dan tak normal ganda kolom kanan).



Gambar 4. Dugaan parameter λ_{11}^x (LX11) dan λ_{21}^x (LX21) semua ukuran contoh dan sebaran (normal ganda kolom kiri dan tak normal ganda kolom kanan).

4.3. Dugaan Parameter Model Pengukuran: Gambar 4 secara umum menyajikan dugaan dan sebaran parameter model pengukuran untuk parameter λ_{11}^x dan λ_{21}^x . Hasil dugaan parameter λ_{11}^x pada sebaran normal ganda untuk semua metode adalah keragamannya besar, kecuali pada $N=500$, artinya semua metode relatif konsisten pada $N = 500$. Pada sebaran tak normal ganda

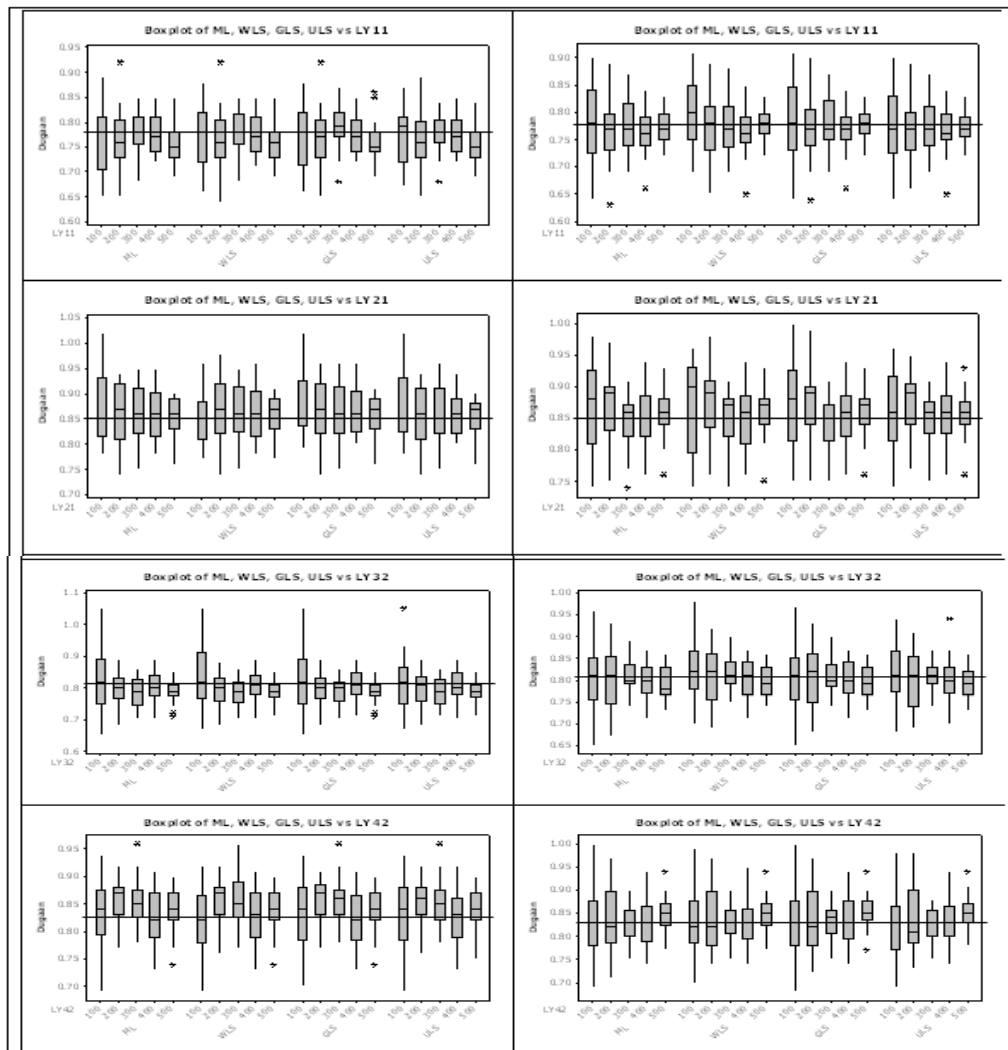
semua metode relatif konsisten pada $N = 400$. Untuk parameter λ_{21}^x , pada semua bentuk sebaran dan metode hasilnya relatif konsisten pada $N = 500$. Gambar 5 menyajikan sebaran nilai bias dan keragaman dugaan parameter untuk peubah endogenous (\mathbf{y}). Terlihat penduga parameter λ_{11}^y (LY11) pada semua sebaran dan metode relatif lebih konsisten pada $N = 500$. Penduga parameter λ_{21}^y (LY21), λ_{32}^y (LY32), dan λ_{42}^y (LY42) pada sebaran normal ganda dan semua metode hasilnya relatif lebih konsisten pada $N = 300$ dan $N = 400$, sedangkan pada sebaran tak normal ganda semua metode relatif konsisten pada $N = 500$.

Dugaan parameter θ_{11}^δ dan θ_{22}^δ disajikan pada Gambar 6. Pada sebaran normal ganda, penduga θ_{11}^δ semua metode relatif lebih konsisten pada $N = 400$, sedangkan pada sebaran tak normal ganda semua metode pada $N = 500$ relatif lebih konsisten. Dalam menduga parameter θ_{22}^δ , pada semua bentuk sebaran semua metode relatif lebih konsisten pada $N = 400$ dan $N = 500$,

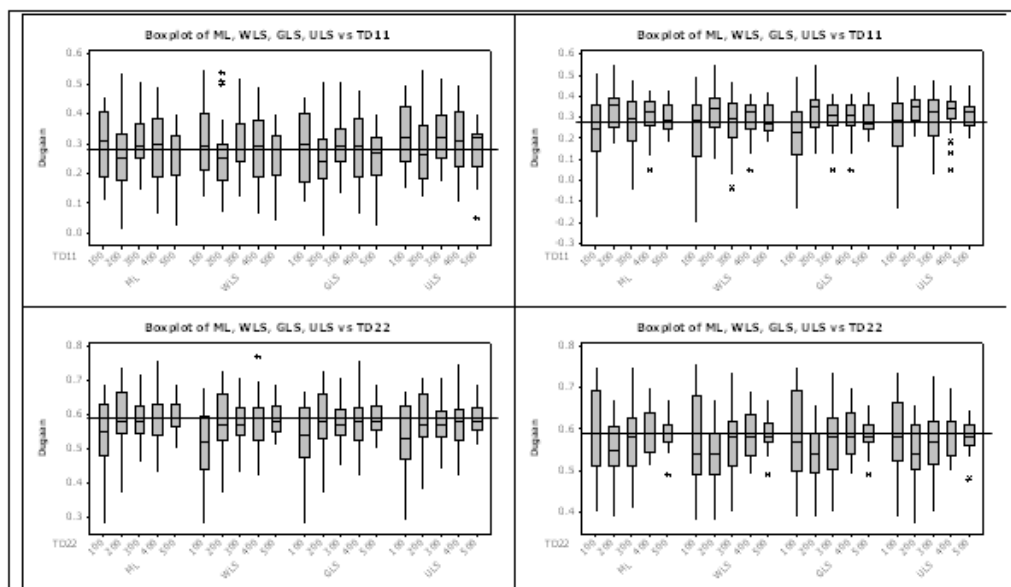
Pada Gambar 7, pendugaan parameter θ_{11}^ϵ pada sebaran normal ganda, semua metode relatif konsisten pada $N = 500$, sedangkan pada sebaran tak normal ganda konsistensi terjadi pada $N = 400$. Sementara itu, pendugaan parameter θ_{22}^ϵ untuk semua kondisi sebaran, hasilnya relatif konsisten pada $N = 300$ dan $N = 400$. Penduga parameter θ_{33}^ϵ pada sebaran normal ganda semua metode relatif konsisten pada $N = 300$ dan 400 , sedangkan pada sebaran tak normal ganda semua metode relatif konsisten pada $N = 400$.

Pada Gambar 8, pendugaan parameter θ_{31}^ϵ pada sebaran normal ganda, semua metode relatif lebih konsisten hanya pada $N = 500$, sedangkan pada sebaran tak normal ganda semua metode relatif konsisten hanya pada $N = 400$. Sementara untuk dugaan parameter θ_{42}^ϵ konsisten pada $N = 400$ untuk semua metode pada sebaran normal ganda, sedangkan pada sebaran tak normal ganda konsistem pada $N = 300$.

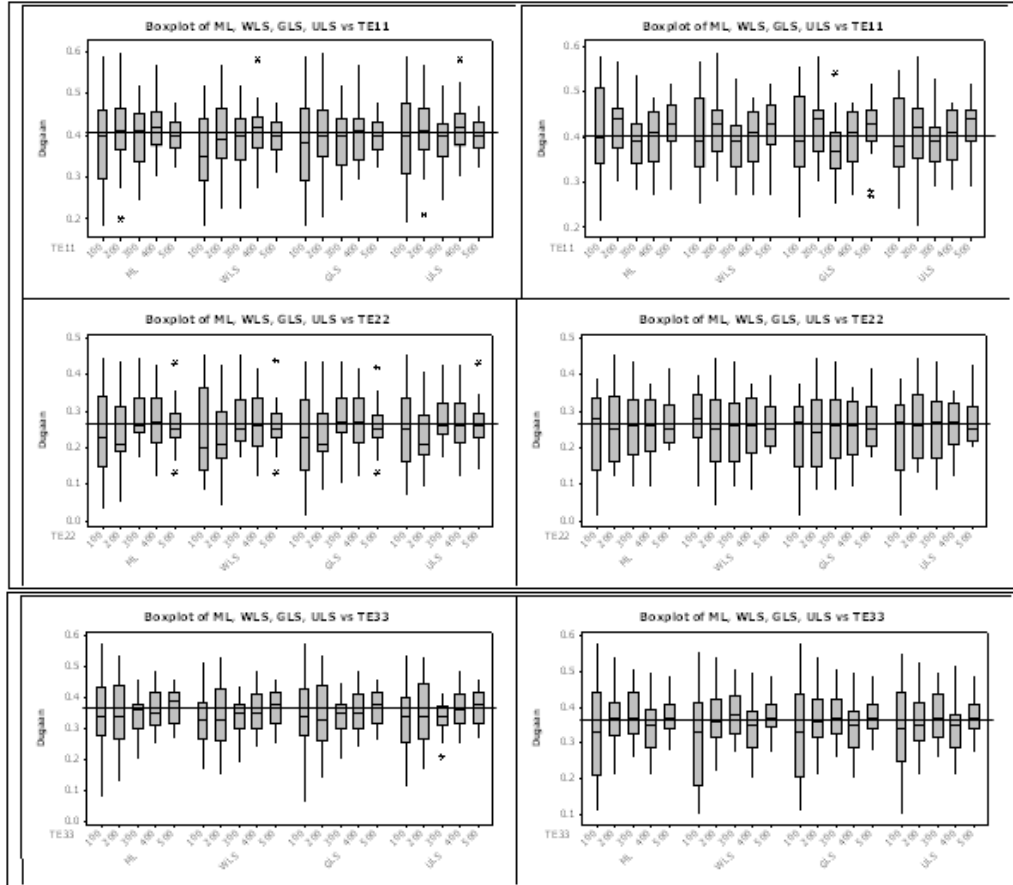
Berdasarkan hasil di atas, nilai parameter dugaan masing-masing metode mengalami fluktuasi seiring dengan bertambahnya ukuran contoh. Persentase bias terbesar terjadi pada dugaan parameter θ_{44}^ϵ (TE44) baik untuk semua metode dan ukuran contoh, sedangkan persentase bias terkecil terjadi pada dalam penduga parameter φ_{11} (PH11) pada semua kondisi sebaran dan ukuran contoh.



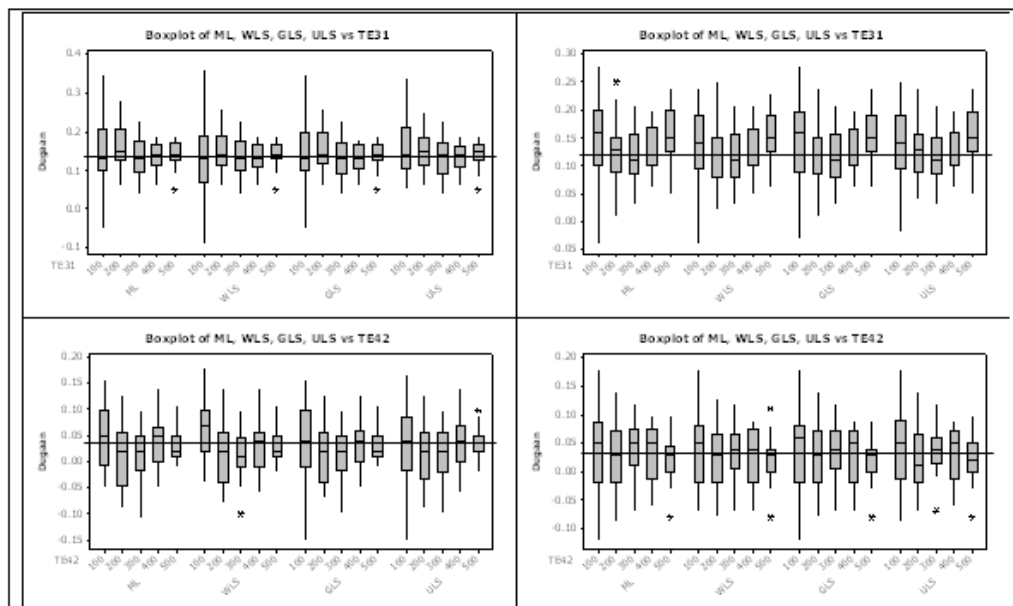
Gambar 5. Dugaan parameter λ_{11}^y (LY11), λ_{21}^y (LY21), λ_{32}^y (LY32) dan λ_{42}^y (LY42) semua ukuran contoh dan sebaran (normal ganda kolom kiri dan tak normal ganda kolom kanan).



Gambar 6 Dugaan parameter θ_{11}^δ (TD11) dan θ_{22}^δ (TD22) pada berbagai ukuran contoh dan sebaran (normal ganda kolom kiri dan tak normal ganda kolom kanan).

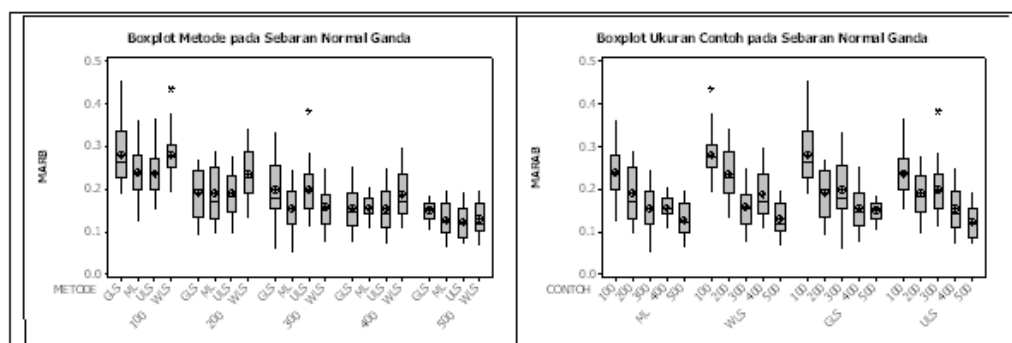


Gambar 7. Dugaan parameter θ_{11}^ϵ (TE11), θ_{22}^ϵ (TE22) dan θ_{33}^ϵ (TE33) semua ukuran contoh dan sebaran (normal ganda kolom kiri dan tak normal ganda kolom kanan).



Gambar 8. Dugaan parameter θ_{31}^ϵ (TE31) dan θ_{42}^ϵ (TE42) pada berbagai ukuran contoh dan sebaran (normal ganda kolom kiri dan tak normal ganda kolom kanan).

4.4. Rataan Bias Relatif dugaan Parameter: Suatu metode dikatakan konsisten jika nilai MARB dugaannya relatif kecil dibandingkan nilai lainnya. Gambar 9 menyajikan *boxplot* MARB dugaan parameter dari berbagai metode dan ukuran contoh pada sebaran normal ganda. Semakin besar ukuran contoh maka bias semakin kecil, hal ini ditunjukkan dengan nilai MARB yang semakin kecil. Semakin besar ukuran contoh maka sebaran parameter dugaan mendekati normal, sehingga parameter hasil dugaan mendekati nilai parameter model. Namun demikian semua metode mengalami fluktuasi seiring dengan bertambahnya ukuran contoh.



Gambar 9. Boxplot MARB pada sebaran normal ganda.

Untuk mengetahui adanya perbedaan kekonsistenan masing-masing metode pada setiap ukuran contoh, dilakukan Analisis ragam dan dilanjutkan dengan uji perbandingan berganda Tukey terhadap MARB. Hasil uji kehomogenan ragam dengan $\alpha=5\%$ menunjukkan keragaman nilai MARB semua metode untuk semua ukuran contoh tidak menunjukkan perbedaan yang signifikan. Dari analisis ragam menunjukkan adanya perbedaan yang signifikan nilai MARB pada setiap metode pada $N = 100, 200, 300$ dan 400 . Hasil uji Tukey terhadap MARB yang menunjukkan perbedaan kekonsistenan masing-masing metode pada setiap ukuran contoh (Tabel 1 sampai Tabel 5).

Tabel 1. Hasil Uji MARB untuk sebaran normal ganda pada ukuran contoh 100

METODE	N	Subset	
		1	2
ULS	25	.23660284	
ML	25	.23733504	
WLS	25		.27954384
GLS	25		.28079144

Tabel 2. Hasil Uji MARB untuk sebaran normal ganda pada ukuran contoh 200

METODE	N	Subset	
		1	2
ULS	25	.18978248	
ML	25	.19016836	
GLS	25	.19126920	
WLS	25		.23409864

Tabel 3 Hasil Uji MARB untuk sebaran normal ganda pada ukuran contoh 300

METODE	N	Subset	
		1	2
ML	25	.15400812	
WLS	25	.15772182	
ULS	25		.19736212
GLS	25		.19739376

Tabel 4 Hasil Uji MARB untuk sebaran normal ganda pada ukuran contoh 400

METODE	N	Subset	
		1	2
ULS	25	.15232060	
GLS	25	.15524612	
ML	25	.15605400	
WLS	25		.19934328

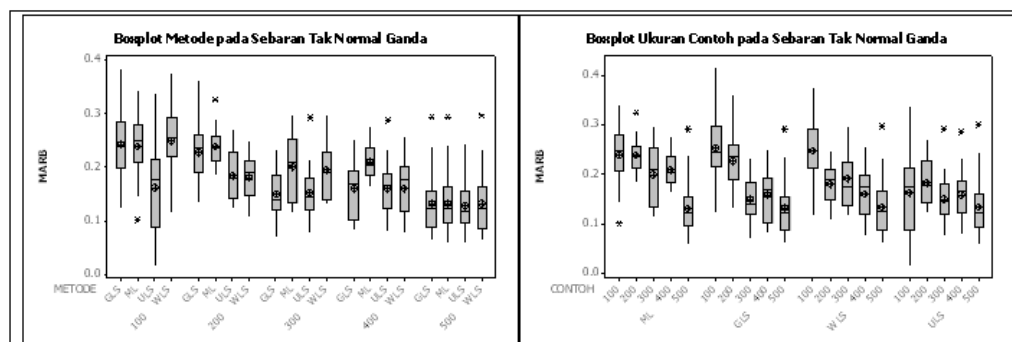
Tabel 5 Hasil Uji MARB untuk sebaran normal ganda pada ukuran contoh 500

METODE	N	Subset
		1
ULS	25	.12398404
ML	25	.12690400
WLS	25	.13017812
GLS	25	.14866312

Pada $N=100$ untuk data menyebar norma ganda, metode ULS dan ML relatif lebih konsisten (Tabel 1)m sedangkan pada $N=200$ metodel ULS, ML dan GLS relatif sama konsistensinya.

Pada $N=300$ (Tabel 3) metode ML dan WLS memiliki MARB dengan rata-rata terkecil. Artinya pada $N = 300$ metode ML dan GLS lebih konsisten. Pada $N=400$ metode ML, GLS dan ULS lebih konsisten. Pada $N=500$ keempat metode berada pada satu kelompok yang homogen. Ini berarti pada $N = 500$ semua metode memiliki kekonsistenan yang sama.

Berdasarkan hasil uji Tukey, pada data yang menyebar normal ganda, metode ML dan ULS relatif konsisten pada semua ukuran contoh. Sesuai dengan temuan Garson (2000) bahwa metode ML sesuai untuk data yang menyebar normal ganda. Hal ini disamping terpenuhinya asumsi kenormalan ganda juga adanya sifat definit positif pada matriks koragam sampel S . Metode GLS konsisten pada $N = 200, 400$ dan 500 . Hal ini menunjukkan bahwa kinerja metode ML lebih baik dari GLS, karena karakteristik matriks koragam S sebagai matriks pembobot W , sangat terkait erat dengan ukuran contoh. Sementara metode WLS lebih konsisten pada $N = 300$ dan 500 . WLS baik digunakan pada data yang menyebar ganda. Menurut Bollen (1989), hal ini disebabkan karena sifat matriks pembobotnya yang merupakan matriks koragam asimtotis.



Gambar 10. Boxplot MARB pada sebaran tak normal ganda.

Gambar 10 menyajikan nilai MARB dugaan parameter pada sebaran tak normal ganda dengan berbagai metode dan ukuran contoh. Tampak bahwa nilai MARB semua metode semakin kecil dengan bertambahnya ukuran contoh. Ini

menunjukkan bahwa kekonsistenan semua metode semakin meningkat dengan bertambahnya ukuran contoh.

Dari hasil uji Tukey menunjukkan bahwa keragaman nilai MARB semua metode pada setiap ukuran contoh homogen. Lebih lanjut hasil uji nilai tengah MARB menunjukkan adanya perbedaan yang signifikan pada setiap ukuran contoh. Kekonsistenan masing-masing metode pada setiap ukuran contoh terlihat pada Tabel 6 sampai Tabel 10.

Tabel 6. Hasil Uji MARB untuk sebaran tak normal ganda pada ukuran contoh 100

METODE	N	Subset	
		1	2
ULS	25	.16117647	
WLS	25		27125112
GLS	25		.28153721
ML	25		28637420

Tabel 7. Hasil Uji MARB untuk sebaran tak normal ganda pada ukuran contoh 200

METODE	N	Subset	
		1	2
WLS	25	.18001499	
ULS	25	.18330854	
GLS	25		.23098116
ML	25		.23832935

Tabel 8 Hasil Uji MARB untuk sebaran tak normal ganda pada ukuran contoh 300

METODE	N	Subset	
		1	2
GLS	25	.14927563	
ULS	25	.15399203	
WLS	25		.19113350
ML	25		.19935009

Tabel 4 Hasil Uji MARB untuk sebaran normal ganda pada ukuran contoh 400

METODE	N	Subset	
		1	2
ULS	25	.15798614	
WLS	25	.16014318	
GLS	25	.16237082	
ML	25		.20847099

Tabel 10 Hasil Uji MARB untuk sebaran tak normal ganda pada ukuran contoh 500

METODE	N	Subset	
		1	2
ULS	25	.12584138	
GLS	25	.12744794	
WLS	25	.12949074	
ML	25		.17008787

Pada N=100 (Tabel 6) metode GLS, WLS dan ML berada pada satu kelompok yang homogen dan memiliki nilai MARB dengan rata-rata relatif besar. Artinya metode ULS lebih konsisten untuk data tak menyebar normal. Pada N=200 (Tabel 7) metode WLS dan ULS berada pada satu kelompok yang homogen dan memiliki nilai MARB dengan rata-rata terkecil artinya relatif konsisten. Pada N=300 (Tabel 8) metode GLS dan ULS relatif konsisten, karena memiliki nilai MARB dengan rata-rata terkecil. Pada N=400 (Tabel 9) metode WLS, GLS dan ULS berada pada satu kelompok yang relatif konsisten, dengan nilai rata-rata MARB terkecil. Pada N=500 (Tabel 10) metode ULS, GLS dan WLS ketiga metode tersebut lebih konsisten.

Dari uraian ML satu-satunya metode yang tidak sesuai untuk data yang tidak menyebar normal ganda. Hasil analisis menunjukkan bahwa pada data yang tidak menyebar normal ganda metode WLS tidak konsisten pada $N = 100$ dan $N = 300$. Sementara itu metode GLS konsisten pada data yang tidak menyebar

normal ganda khususnya pada $N = 300$, $N = 400$ dan $N = 500$. Metode ULS konsisten pada hampir semua ukuran contoh dan semua sebaran data.

Dari hasil uraian di atas jelas bahwa masing-masing metode konsisten tidak hanya pada suatu gugus data dengan sebaran dan ukuran contoh tertentu. Informasi ini sangat menarik dan memungkinkan digunakannya suatu metode pada data pengamatan dengan karakteristik yang berbeda. Di samping itu, secara realistis sulit untuk mendapatkan data pengamatan yang menyebar normal ganda. Hasil di atas dapat digunakan sebagai petunjuk untuk menggunakan alternatif sebaran yang lain yang menghasilkan dugaan parameter dengan konsistensi yang relatif sama.

4.6. Ketepatan Metode Penduga Parameter: Hasil uji kesesuaian model dengan semua metode penduga parameter dapat dilihat pada Tabel 11 sampai Tabel 14. Dari Tabel 11 terlihat bahwa metode GLS relatif lebih baik untuk pengepasan data. Hal ini terlihat dari nilai khi-kuadrat yang relatif kecil (p -value lebih dari 0.05). Perubahan nilai khi-kuadrat terjadi seiring bertambahnya ukuran contoh.

Tabel 11 Hasil Uji Kelayakan Model dengan metode GLS

Sebaran	Kriteria	Kritis	Ukuran Contoh				
			100	200	300	400	500
NORMAL	Khi-Kuadrat	Relatif kecil	4.7424	4.8096	6.1700	6.7404	5.8996
	p -value	≥ 0.05	0.4905	0.4348	0.3553	0.3276	0.3238
	RMSEA	≤ 0.08	0.0355	0.0404	0.0336	0.0338	0.0232
	RMSR	Relatif kecil	0.2020	0.1354	0.1238	0.1111	0.0935
	GFI	≥ 0.90	0.9884	0.9924	0.9944	0.9956	0.9988
	AGFI	≥ 0.80	0.9344	0.9628	0.9676	0.9724	0.9808
TAK NORMAL	Khi-Kuadrat	Relatif kecil	3.9788	5.5172	4.8680	5.9992	5.9440
	p -value	≥ 0.05	0.5093	0.3932	0.4437	0.3267	0.3545
	RMSEA	≤ 0.08	0.0453	0.0349	0.0233	0.0313	0.0274
	RMSR	Relatif kecil	0.0153	0.0211	0.0091	0.0087	0.0077
	GFI	≥ 0.90	0.9896	0.9940	0.9964	0.9952	0.9980
	AGFI	≥ 0.80	0.9428	0.9600	0.9744	0.9756	0.9808

Tabel 12 Hasil Uji Kelayakan Model dengan metode ML

Sebaran	Kriteria	Kritis	Ukuran Contoh				
			100	200	300	400	500
NORMAL	Khi-Kuadrat	Relatif kecil	3.9452	4.3176	5.6220	6.2432	5.5952
	<i>p-value</i>	≥ 0.05	0.5283	0.4601	0.3727	0.3396	0.3357
	RMSEA	≤ 0.08	0.0248	0.0256	0.0303	0.0312	0.0217
	RMSR	Relatif kecil	0.1788	0.1254	0.1160	0.1052	0.0898
	GFI	≥ 0.90	0.9872	0.9924	0.9944	0.9956	0.9988
	AGFI	≥ 0.80	0.9288	0.9624	0.9672	0.9724	0.9447
TAK NORMAL	Khi-Kuadrat	Relatif kecil	3.3532	4.8828	4.5628	5.6332	5.6428
	<i>p-value</i>	≥ 0.05	0.5547	0.4192	0.4526	0.3417	0.3647
	RMSEA	≤ 0.08	0.0180	0.0299	0.0244	0.0291	0.0259
	RMSR	Relatif kecil	0.0170	0.0141	0.0538	0.0082	0.0074
	GFI	≥ 0.90	0.9900	0.9936	0.9960	0.9948	0.9980
	AGFI	≥ 0.80	0.9420	0.9584	0.9740	0.9752	0.9804

Pada Tabel 12 terlihat bahwa nilai khi-kuadrat metode ML mengalami fluktuasi seiring dengan bertambahnya ukuran contoh. Hal ini disebabkan karena nilai khi-kuadrat ini dipengaruhi oleh nilai fungsi pengepasan. Namun demikian secara umum metode ML sudah baik dalam mengepas data pada semua ukuran contoh walaupun dengan tingkat ketepatan yang berbeda.

Hasil uji kelayakan model dengan metode ULS dan WLS pada berbagai ukuran contoh dan bentuk sebaran dapat dilihat pada Tabel 13 dan Tabel 14.

Tabel 13 Hasil Uji Kelayakan Model dengan metode ULS

Sebaran	Kriteria	Kritis	Ukuran Contoh				
			100	200	300	400	500
NORMAL	Khi-Kuadrat	Relatif kecil	3.9424	4.3212	5.6072	6.1768	34.6704
	<i>p-value</i>	≥ 0.05	0.5282	0.4611	0.3729	0.3998	0.3128
	RMSEA	≤ 0.08	0.0251	0.0257	0.0301	0.0592	0.0218
	RMSR	Relatif kecil	0.1636	0.1497	0.1082	0.0944	0.0812
	GFI	≥ 0.90	1.0000	1.0000	1.0000	0.9626	1.0000
	AGFI	≥ 0.80	0.9952	0.9992	0.9988	1.0000	0.9984
TAK NORMAL	Khi-Kuadrat	Relatif kecil	3.4112	4.8556	4.5608	5.6144	5.6380
	<i>p-value</i>	≥ 0.05	0.5440	0.4202	0.4524	0.3421	0.3647
	RMSEA	≤ 0.08	0.0178	0.0538	0.0214	0.0290	0.0259
	RMSR	Relatif kecil	0.0123	0.0133	0.0081	0.0076	0.0069
	GFI	≥ 0.90	1.0000	0.9604	1.0000	1.0000	1.0000
	AGFI	≥ 0.80	0.9976	0.9992	0.9992	1.0000	1.0000

Tabel 13 memperlihatkan bahwa hasil uji kelayakan model metode ULS. Pada kedua bentuk sebaran dan semua ukuran contoh sudah memenuhi titik kritis. Ini berarti bahwa metode ULS relatif tepat dalam menduga parameter model tanpa mempertimbangkan asumsi sebaran dari peubah pengamatan.

Tabel 14 Hasil Uji Kelayakan Model dengan metode WLS

Sebaran	Kriteria	Kritis	Ukuran Contoh				
			100	200	300	400	500
NORMAL	Khi-Kuadrat	Relatif kecil	4.2948	4.2424	5.6012	6.5100	5.7712
	<i>p-value</i>	≥ 0.05	0.4748	0.4653	0.3709	0.3291	0.3295
	RMSEA	≤ 0.08	0.0358	0.0249	0.0303	0.0327	0.0225
	RMSR	Relatif kecil	0.3212	0.1837	0.1575	0.1282	0.1088
	GFI	≥ 0.90	0.9912	0.9932	0.9940	0.9952	0.9988
	AGFI	≥ 0.80	0.9548	0.9684	0.9704	0.9740	0.9816
TAK NORMAL	Khi-Kuadrat	Relatif kecil	3.3528	4.9632	4.6248	5.7428	5.2256
	<i>p-value</i>	≥ 0.05	0.5378	0.4100	0.4513	0.3347	0.3664
	RMSEA	≤ 0.08	0.0143	0.0303	0.0222	0.0300	0.0260
	RMSR	Relatif kecil	0.0197	0.0139	0.0100	0.0098	0.0104
	GFI	≥ 0.90	0.9984	0.9988	0.9996	1.0000	1.0000
	AGFI	≥ 0.80	0.9820	0.9848	0.9908	0.9908	0.9924

Pada Tabel 14 terlihat hasil pendugaan dengan metode WLS, dengan data yang tidak menyebar normal ganda, semua ukuran kelayakan model sudah memenuhi titik kritis. Hal ini menunjukkan bahwa pada data yang tidak menyebar normal ganda WLS relatif lebih tepat. Dari hasil yang diperoleh, semua ukuran kelayakan model dari semua metode dengan berbagai ukuran contoh dan bentuk sebaran sudah memenuhi titik kritis. Namun demikian, tingkat ketelitiannya berbeda-beda.

5. SIMPULAN DAN SARAN

5.1. Simpulan: Berdasarkan hasil kajian metode ML, WLS, GLS dan ULS dalam menduga parameter model persamaan struktural dapat disimpulkan dalam butir-butir berikut:

1. Metode ML konsisten menduga parameter model dengan data menyebar normal ganda pada semua ukuran contoh. ULS konsisten pada sebaran tak normal ganda. Sementara itu, metode WLS dan GLS konsisten pada bentuk sebaran dan ukuran contoh tertentu seperti terlihat pada Tabel 15.

Tabel 15 Kekonsistenan metode pada berbagai ukuran contoh dan sebaran

Metode	Normal					Tak Normal				
	100	200	300	400	500	100	200	300	400	500
ML	*	*	*	*	*	-	-	-	-	-
WLS	-	-	*	-	*	-	*	-	*	*
GLS	-	*	-	*	*	-	-	*	*	*
ULS	*	*	-	*	*	*	*	*	*	*

Ket. * = konsisten - = tak konsisten

2. Meski hasil pendugaan semua metode memenuhi ukuran kelayakan model pada semua bentuk sebaran dan ukuran contoh, namun ketepatannya berbeda-beda.

3. Pada data yang menyebar normal ganda, semua metode sensitif pada ukuran contoh 300 dan 400, sedangkan pada data yang tidak menyebar normal ganda sensitivitas terjadi pada ukuran contoh 200, 300 dan 400.
- 5.2. Saran:** Perlu dilakukan penelitian lebih lanjut dengan rentang ukuran contoh yang lebih kecil untuk melihat pola kecenderungan konsistensi dan akurasi setiap metode.

DAFTAR PUSTAKA

- Bollen, K.A.** 1989. *Structural Equation Modeling with Latent Variables*. New York : John Willey & Sons.
- Engel, K. S., and Müller, H.** 2003. Evaluating the Fit of Structural Equation Models: Tests of Significance and Descriptive Goodness of Fit Measures. http://www.stats.ox.ac.uk/~snijdersmpr_Schermelleh.pdf. [9 Juli 2008].
- Garson, G.D.** 2000. Structural Equation Modelling. North Carolina State Univ. <http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/structur.htm>.
- Hair, J.F., R.E. Anderson, R.L Tatham & W.C. Black.** 1998. *Multivariate Data Analysis: with Reading*. Fourth Edition. New Jersey : Prentice Hall.
- Jöreskog, K.G. & Sörbom.** 1996a. *LISREL 8 : User's Reference Guide*. Chicago : Scientific Software International, Inc.
- Suwarno.** 2001. Analisis Peubah Ordinal Pada Pemodelan Persamaan Struktural. Bogor: IPB.