

MODEL PERTUMBUHAN EKONOMI DUA DAERAH DAN SIMULASI EFEK PERUBAHAN PARAMETERNYA

TAUFIK N. T, ENDAR H. NUGRAHANI, DAN RETNO BUDIARTI

Departemen Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Institut Pertanian Bogor
Jln. Meranti, Kampus IPB Dramaga, Bogor 16680, Indonesia

Abstrak : The traditional growth theory usually considers only the accumulation of conventional inputs of labor and capital as the primary variables responsible for the growth. It has been proven to be insufficient for explaining the complexity of modern economic growth. This thesis aims to study a two-region economic growth model proposed by Zhang (2005). This model explains the dynamics of economic system based on capital and knowledge accumulation. It also considers relationships between regional growth and regional trade patterns. Each region's production is similar to the standard one-sector growth model. Knowledge accumulation is assumed to be accomplished through learning by doing. Unfortunately, in obtaining the equilibrium solution of the model Zhang made some mistakes. Therefore, this thesis offers some corrections. The analysis done in this thesis includes obtaining equilibrium of the economic system and its feasibility conditions. Some results of simulation study show that knowledge improvement is more effective to increase equilibrium value of economic growth compared to improvement in investment or amenity level.

Keywords: economic growth model, capital accumulation, knowledge accumulation, equilibrium

1. PENDAHULUAN

Pada 1948 Domar menggagas model pertumbuhan ekonomi dengan menyatakan produksi secara eksplisit sebagai fungsi dari modal/kapital saja (Chiang & Wainwright 2005). Model ini disempurnakan oleh Solow (1956) dengan memasukkan variabel tenaga kerja dalam fungsi produksi secara eksplisit, dengan demikian modal dan tenaga kerja dapat dikombinasikan dalam berbagai proporsi.

Pada periode 1927 sampai 1952, produksi perusahaan besi Horndal di Swedia meningkat rata-rata 2% per tahun padahal tidak ada investasi baru (Genberg 1992). Peningkatan produksi dengan investasi tetap ini menimbulkan satu pertanyaan, yakni faktor apakah yang membuat peningkatan produksi tersebut terjadi? Permasalahan ini tidak dapat dijelaskan oleh model pertumbuhan Domar dan Solow, karena model pertumbuhan Domar hanya mencantumkan modal secara eksplisit dalam fungsi produksinya, sedangkan model pertumbuhan Solow secara eksplisit hanya mencantumkan modal dan tenaga kerja dalam fungsi produksinya. Verdoorn (1956) menghubungkan output sekarang (*current output*) dengan output kumulatif untuk menjelaskan adanya *learning by doing* yang bisa dijadikan jawaban untuk menjelaskan kasus Horndal. Analisis formal terhadap perubahan *knowledge* pertama kali dikemukakan oleh Arrow (1962).

Zhang (2005) menggunakan konsep akumulasi *knowledge* melalui *learning by doing* untuk membangun model pertumbuhan ekonomi dua daerah. Model yang dibuat oleh Zhang merupakan model pertumbuhan ekonomi neoklasik dengan menggunakan suatu komoditas yang difungsikan sebagai *numeraire*. Penelitian ini bertujuan mengkaji model pertumbuhan ekonomi dua daerah yang diajukan oleh Zhang (2005), termasuk di dalamnya menentukan syarat fisibilitas, ekuilibrium sistem dinamik, dan membuat simulasi model tersebut.

2. MODEL PERTUMBUHAN EKONOMI DUA DAERAH

2.1. Asumsi, Definisi dan Fungsi. Diasumsikan bahwa iklim dan lingkungan bersifat homogen di dalam kedua daerah tersebut, akan tetapi bisa berbeda antara kedua daerah tersebut. Tingkat kenyamanan diasumsikan tetap secara regional. Untuk menggambarkan model tersebut, didefinisikan:

N = banyaknya anggota angkatan kerja;

$K(t)$ = total cadangan modal (*capital stocks*) pada waktu t ;

$Z(t)$ = tingkat *knowledge* pada waktu t ;

$F_j(t)$ = tingkat output sektor produksi daerah ke- j pada waktu t ;

$K_j(t)$ = tingkat cadangan modal sektor produksi daerah ke- j pada waktu t ;

$N_j(t)$ = angkatan kerja yang dipekerjakan pada sektor produksi daerah ke- j pada waktu t ;

$c_j(t)$ = tingkat konsumsi per kapita di daerah ke- j pada waktu t ;

$s_j(t)$ = tingkat *saving* per kapita di daerah ke- j pada waktu t ;

$y_j(t)$ = pendapatan bersih per kapita di daerah ke- j pada waktu t ;

$r(t)$ = suku bunga pada waktu t ;

$w_j(t)$ = tingkat upah di daerah ke- j pada waktu t ;

$k_j(t)$ = tingkat cadangan modal per kapita di daerah ke- j .

Fungsi produksi dua daerah dinyatakan sebagai berikut

$$F_j(t) = Z^{m_j} K_j^\alpha N_j^\beta, \quad m_j \geq 0, \alpha, \beta > 0, \alpha + \beta = 1, \quad j = 1, 2 \quad (1)$$

dengan m_j adalah parameter efisiensi pemanfaatan *knowledge* daerah ke- j . Pasar untuk tenaga kerja dan barang-barang (*goods*) bersifat kompetitif sehingga tenaga kerja dan modal memperoleh *marginal product* mereka. Kondisi marginal (*marginal condition*) dinyatakan dengan:

$$r = \frac{\alpha F_j}{K_j}, \quad w_j = \frac{\beta F_j}{N_j}. \quad (2)$$

Tingkat suku bunga besarnya sama di dua daerah dan tingkat upah, w_j , bisa berbeda antara dua daerah.

Pembayaran bunga per kapita diberikan oleh $r(t)k_j(t)$. Pendapatan bersih per kapita di daerah ke- j , $y_j(t)$, terdiri atas pemasukan dari upah, $w_j(t)$, dan pembayaran bunga, $r(t)k_j(t)$. Maka

$$y_j(t) = w_j(t) + r(t)k_j(t), \quad j = 1, 2. \quad (3)$$

Diasumsikan bahwa tingkat kegunaan (*utility level*) perorangan di daerah ke- j , $U_j(t)$, bergantung kepada tingkat konsumsi orang tersebut, $c_j(t)$, dan tabungan bersih, $s_j(t)$. Fungsi kegunaan (*utility function*) dinyatakan sebagai berikut

$$U_j(t) = A_j c_j^{\xi_j} s_j^{\lambda_j}, \quad \xi_j, \lambda_j > 0, \quad \xi_j + \lambda_j = 1, \quad j = 1, 2 \quad (4)$$

dengan A_j adalah tingkat kenyamanan (*amenity level*) daerah ke- j , ξ_j adalah kecenderungan daerah ke- j untuk mengkonsumsi komoditas dan λ_j adalah kecenderungan daerah ke- j untuk meraih kekayaan.

Pendapatan bersih rumah tangga (*household's current income*) didistribusikan antara konsumsi dan tabungan. Kendala pembiayaan diberikan oleh:

$$c_j + s_j = y_j + k_j - \delta_k k_j, \quad j = 1, 2 \quad (5)$$

dengan δ_k adalah laju depresiasi kapital, $0 \leq \delta_k \leq 1$.

Solusi dari optimasi fungsi utilitas dengan kendala (5) adalah tunggal, yakni:

$$c_j = \xi_j (y_j + (1 - \delta_k) k_j), \quad s_j = \lambda_j (y_j + (1 - \delta_k) k_j). \quad (6)$$

Karena seseorang dalam memilih tempat tinggal dipengaruhi oleh kondisi lingkungan daerah, maka agar seseorang bebas bergerak antara dua daerah, tingkat kegunaan orang tersebut harus sama. Oleh karena itu

$$U_1(t) = U_2(t). \quad (7)$$

Persamaan ini merupakan syarat ekuilibrium sementara (*temporary equilibrium condition*) bagi pasar angkatan kerja antar daerah (*interregional labor force markets*).

Dari definisi K , k_j dan N_j diperoleh

$$K = k_1 N_1 + k_2 N_2. \quad (8)$$

Diasumsikan tenaga kerja dan cadangan modal semua diberdayakan, sehingga

$$N_1 + N_2 = N, \quad K_1 + K_2 = K. \quad (9)$$

2.2. Sistem Dinamik. Akumulasi kekayaan dan *knowledge* masing-masing dinyatakan oleh

$$\dot{k}_j = s_j - k_j \quad (10)$$

$$\dot{Z} = \frac{\tau_1 F_1}{Z^{\varepsilon_1}} + \frac{\tau_2 F_2}{Z^{\varepsilon_2}} - \delta_z Z \quad (11)$$

dengan $\tau_j (\geq 0)$, ε_j , dan $\delta_z (\geq 0)$ adalah parameter.

2.3. Ekuilibrium Sistem Dinamik. Ekuilibrium terjadi pada saat $\dot{k}_j = 0$ dan $\dot{Z} = 0$, sehingga didapatkan

$$k_j = s_j, \quad \frac{\tau_1 F_1}{Z^{\varepsilon_1}} + \frac{\tau_2 F_2}{Z^{\varepsilon_2}} = \delta_z Z, \quad j = 1, 2. \quad (12)$$

Persamaan (12) merupakan koreksi dari solusi yang diberikan oleh Zhang (2005) yang menyatakan bahwa $s_j = dk_j$ dengan $d = 1 - \delta_k$. Untuk selanjutnya bagian lain yang dikoreksi tidak akan disebutkan dalam tulisan ini. Dengan mensubstitusikan persamaan pertama pada (12) ke persamaan (6) menghasilkan

$$c_j = \frac{\xi_j k_j}{\lambda_j}, \quad s_j = k_j. \quad (13)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (13) ke persamaan (4) dan kemudian menggunakan persamaan (7) diperoleh

$$\frac{k_1}{k_2} = A \equiv \frac{A_2}{A_1} \left(\frac{\xi_2}{\lambda_2} \right)^{\xi_2} \left(\frac{\xi_1}{\lambda_1} \right)^{-\xi_1}. \quad (14)$$

Keseimbangan (*balance*) dari permintaan dan penawaran diberikan oleh

$$\theta_1 k_1 N_1 + \theta_2 k_2 N_2 = F_1 + F_2 \quad (15)$$

dengan $\theta_j = \frac{\xi_j}{\lambda_j} + \delta_k$, $j = 1, 2$. Dari persamaan (3) dan (13) diperoleh

$$w_j = (\theta_j - r)k_j, \quad j = 1, 2. \quad (16)$$

Dari persamaan (1) dan (2) didapatkan

$$r = \frac{\alpha}{\Lambda^\beta}, \quad w_j = \beta Z^{m_j/\beta} \Lambda^\alpha \quad (17)$$

dengan $\Lambda \equiv \frac{K_j}{N_j Z^{m_j/\beta}}$.

Dengan mensubstitusikan $F_j = \frac{rK_j}{\alpha} = \frac{K_j}{\Lambda^\beta}$ ke persamaan (15) menghasilkan

$$\theta_1 k_1 N_1 + \theta_2 k_2 N_2 = \frac{K}{\Lambda^\beta}. \quad (18)$$

Dari persamaan (9), (8), (14) dan (18) diperoleh bahwa

$$\frac{N_1}{N_2} \equiv \Gamma = \frac{\theta_2 \Lambda^\beta - 1}{(1 - \theta_1 \Lambda^\beta) A} \tag{19}$$

dan karena $N_1 + N_2 = N$ maka dapat ditulis

$$N_1 = \frac{\Gamma N}{1 + \Gamma}, \quad N_2 = \frac{N}{1 + \Gamma}. \tag{20}$$

Dengan membagi persamaan pertama dalam persamaan (16) oleh persamaan kedua kemudian menggunakan persamaan (14) dan persamaan (17) ditemukan:

$$Z^m = \frac{\theta_1 \Lambda^\beta - \alpha}{\theta_2 \Lambda^\beta - \alpha} A, \quad \text{dengan } m \equiv \frac{m_1 - m_2}{\beta}. \tag{21}$$

Dari persamaan pertama pada persamaan (17) dan $F_j = \frac{K_j}{\Lambda^\beta}$, diperoleh

$$K_j = \Lambda N_j Z^{m_j/\beta}, \quad F_j = \Lambda^\alpha N_j Z^{m_j/\beta}. \tag{22}$$

Dengan mensubstitusikan F_j dari persamaan (22) ke persamaan kedua dalam (12) didapatkan

$$\Phi(\Lambda) \equiv \Phi_1(\Lambda) + \Phi_2(\Lambda) - \delta_z = 0 \tag{23}$$

dengan $\Phi_1(\Lambda) \equiv \frac{\tau_1 N \Gamma Z^{x_1} \Lambda^\alpha}{1 + \Gamma}, \quad \Phi_2(\Lambda) \equiv \frac{\tau_2 N Z^{x_2} \Lambda^\alpha}{1 + \Gamma}$ dan

$$x_j \equiv \frac{m_j}{\beta} - \varepsilon_j - 1, \quad j = 1, 2.$$

Dalam $\Phi_1(\Lambda)$ dan $\Phi_2(\Lambda)$, Γ dan Z adalah fungsi dari Λ yang masing-masing didefinisikan oleh persamaan (19) dan persamaan (21).

2.4. Syarat Fisibilitas. Agar solusi model di atas fisibel saat ekuilibrium, maka harus memenuhi salah satu dari dua syarat berikut:

$$1. \quad \frac{\alpha}{\theta_2} < \frac{1}{\theta_1} < \Lambda^\beta < \frac{1}{\theta_2} \quad \text{untuk kasus } \theta_2 < \theta_1 < \frac{\theta_2}{\alpha}. \tag{24}$$

$$2. \quad \frac{1}{\theta_1} < \frac{\alpha}{\theta_2} < \Lambda^\beta < \frac{1}{\theta_2} \quad \text{untuk kasus } \theta_2 < \frac{\theta_2}{\alpha} < \theta_1. \tag{25}$$

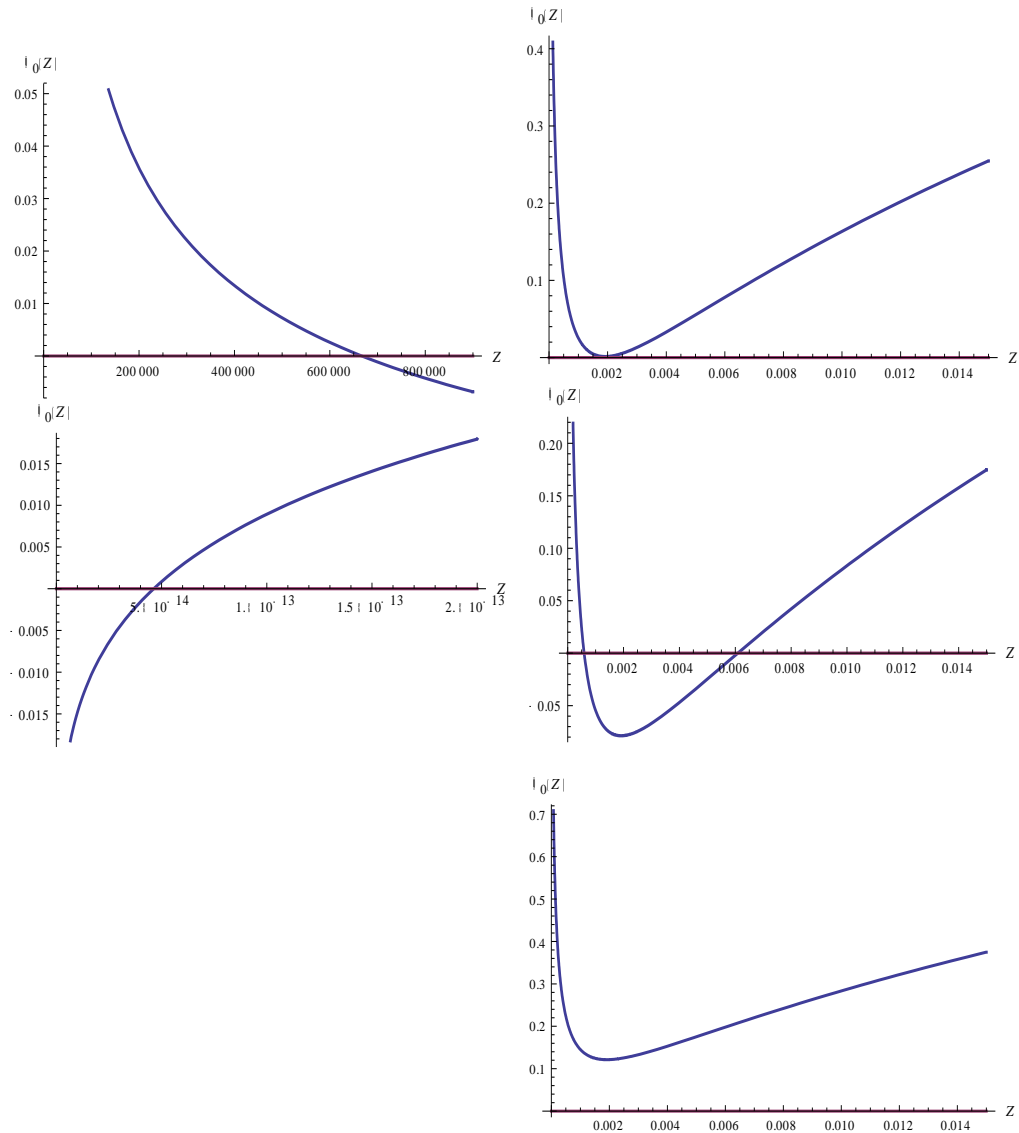
Dari syarat fisibilitas dapat diturunkan proposisi berikut beserta akibatnya. Bukti diberikan dalam Tajau (2008). Ilustrasi diberikan pada Gambar 1.

Proposisi. *Asumsikan $m \geq 0$. Jika persamaan (23) mempunyai solusi yang memenuhi syarat (24) atau (25) maka banyaknya economic equilibrium sama dengan banyaknya solusi dari persamaan (23).*

Akibat. *Jika $m = 0$, dan syarat (24) terpenuhi, maka:*

- 1 *jika $x_j < 0, j = 1, 2$, sistem memiliki ekuilibrium tunggal;*
- 2 *jika $x_j > 0, j = 1, 2$ sistem memiliki ekuilibrium tunggal;*

3 jika $x_j, j = 1, 2$ berbeda tanda, sistem memiliki satu titik ekuilibrium, atau dua titik ekuilibrium atau tidak memiliki titik ekuilibrium.



Gambar 1 Keberadaan ekuilibrium sistem dinamik dengan berbagai nilai x_j .

Dalam kasus $m = 0$, $\theta_2 < \theta_1 < \frac{\theta_2}{\alpha}$, dan (24) terpenuhi, nilai ekuilibrium dari peubah-peubah sistem dinamik diberikan melalui langkah berikut:

1. Λ diselesaikan dengan persamaan (21);
2. Γ diselesaikan dengan persamaan (19);
3. $N_j, j = 1, 2$ diselesaikan dengan persamaan (20);
4. Z diselesaikan dengan persamaan (23);

5. r , w_j dan K_j diselesaikan dengan persamaan (17);
6. K diselesaikan dengan persamaan (9);
7. k_j diselesaikan dengan persamaan (16);
8. c_j dan s_j diselesaikan dengan persamaan (13);
9. F_j diselesaikan dengan persamaan (1);
10. y_j diselesaikan dengan persamaan (3);
11. U_j diselesaikan dengan persamaan (4).

Persyaratan $m = 0$ berarti bahwa kedua daerah memiliki tingkat penggunaan *knowledge* yang sama. Syarat $\theta_2 < \theta_1$ (yakni $\lambda_1 < \lambda_2$) mengakibatkan kecenderungan daerah ke-2 untuk mendapatkan kekayaan lebih tinggi dibandingkan dengan daerah ke-1.

2.5. Efek Perubahan Beberapa Parameter Dalam Struktur Ekonomi.

Misalkan asumsi dalam Akibat 1 terpenuhi dan $x_j > 0$ atau $x_j < 0$, $j = 1, 2$, yang menjamin eksistensi tunggalnya ekuilibrium dalam sistem dinamik. Sekarang akan diuji dampak perubahan parameter A. Dari definisi A, A bisa berubah karena perubahan A_j atau λ_j . Misalkan A meningkat, berarti terjadi peningkatan dalam A_2 atau penurunan dalam A_1 . Dengan mengambil turunan dari persamaan (19), (20), $r = \alpha / \Lambda^\beta$ dalam (17) dan (21) terhadap A menghasilkan

$$\frac{\beta}{\alpha \Lambda^\alpha} \frac{d\Lambda}{dA} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{(\theta_1 A - \theta_2)^2} > 0, \quad \frac{dr}{dA} = -\frac{\alpha \beta}{\Lambda^{\beta+1}} \frac{d\Lambda}{dA} < 0,$$

$$\frac{1}{N_1} \frac{dN_1}{dA} = \frac{1}{(1+\Gamma)\Gamma} \frac{d\Gamma}{dA} < 0, \quad \frac{1}{N_2} \frac{dN_2}{dA} = \frac{-1}{1+\Gamma} \frac{d\Gamma}{dA} > 0$$

Karena tingkat kenyamanan daerah ke-2 meningkat, suku bunga berkurang (ditunjukkan oleh $\frac{dr}{dA} < 0$) dan beberapa populasi daerah ke-1 berpindah ke

daerah ke-2 (ditunjukkan oleh $\frac{dN_1}{dA} < 0$ dan $\frac{dN_2}{dA} > 0$).

3. SIMULASI MODEL

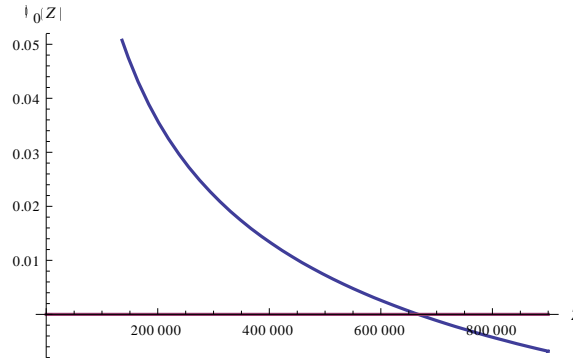
Untuk mensimulasikan model ini, terlebih dahulu ditentukan besaran parameter-parameternya yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Besaran parameter model

j	m_j	ξ_j	A_j	τ_j	ε_j	α	δ_k	δ_z	N
1	0.6	0.55	0.4	0.06	0.2	0.3	0.06	0.07	100
2	0.6	0.35	0.2	0.06	0.2				

Parameter-parameter pada Tabel 1 menunjukkan bahwa daerah ke-1 identik dengan daerah ke-2 kecuali dalam hal kecenderungan mengkonsumsi komoditas (ξ_j) dan tingkat kenyamanan (A_j).

Dengan spesifikasi di atas, dapat ditentukan $x_1 = -0.342857$ dan $x_2 = -0.342857$, sehingga sistem dinamik memiliki ekuilibrium tunggal, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2 Keberadaan titik ekuilibrium yang tunggal dari sistem dinamik.

Kemudian dengan *Mathematica 6.0* dapat ditentukan nilai ekuilibrium variabel-variabel sistem dinamik sebagaimana dalam Tabel 2.

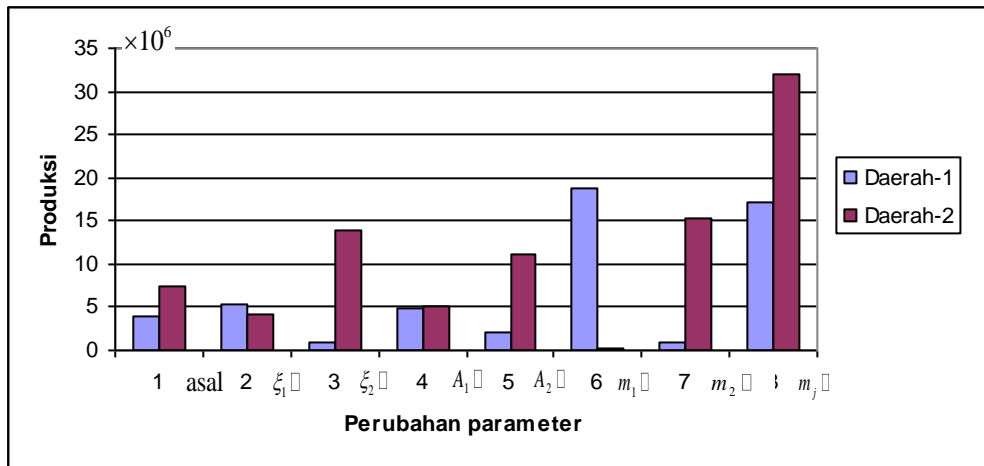
Tabel 2 Nilai variabel-variabel saat ekuilibrium

Variabel	$j = 1$	$j = 2$
N_j	35.06	64.94
w_j	7.96×10^4	7.96×10^4
K_j	5.62×10^6	1.04×10^7
$k_j = s_j$	7.45×10^4	2.07×10^5
c_j	9.10×10^4	1.11×10^5
F_j	3.99×10^6	7.39×10^6
y_j	9.55×10^4	1.24×10^5
U_j	3.33×10^4	3.33×10^4
r	0.21	0.21
Z	6.67×10^5	

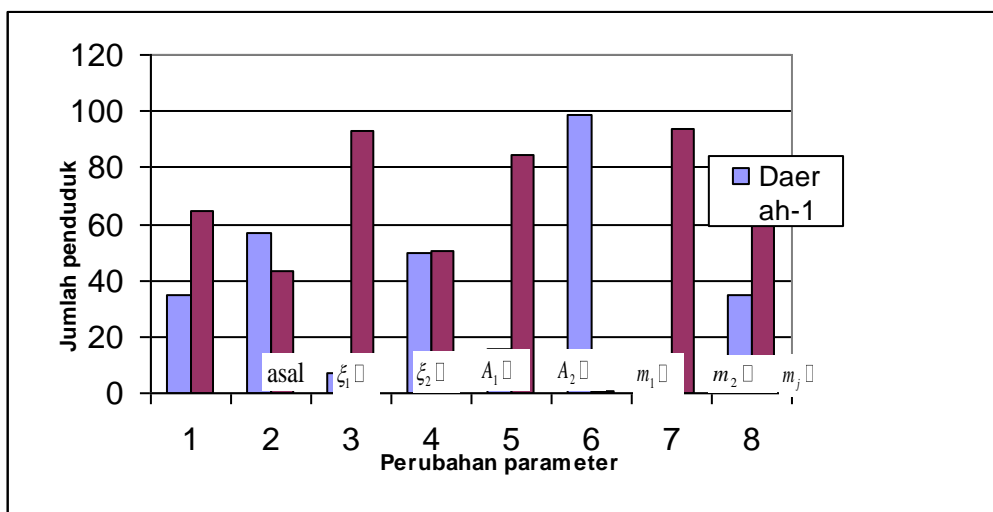
Dari Tabel 2 dapat diketahui bahwa pada saat ekuilibrium, 35.06% penduduk memilih tinggal di daerah ke-1, 64.94% tinggal di daerah ke-2, tingkat upah di daerah ke-1 sama dengan tingkat upah di daerah ke-2, total cadangan modal, tingkat produksi, pendapatan per kapita dan tingkat konsumsi daerah ke-1 lebih kecil dari pada daerah ke-2, hal ini menunjukkan bahwa walaupun daerah ke-1 lebih nyaman, namun karena tingkat kecenderungan mengkonsumsi komoditasnya lebih tinggi (tingkat kecenderungan meraih kekayaannya rendah), maka tingkat ekonominya dan jumlah penduduknya menjadi lebih rendah dibandingkan dengan daerah ke-2 yang tingkat kenyamanannya lebih rendah.

3.1. Efek Perubahan Parameter. Dalam tulisan ini akan dilihat efek perubahan parameter, ξ_1 , ξ_2 diturunkan 3.33%, A_2 , A_1 , m_1 dan m_j naik 3.33%, sedangkan m_2 naik 0.38275%, karena jika m_2 naik 3.33% diperoleh solusi yang tidak fisibel. Simbol $x_j \uparrow$ digunakan untuk menyatakan bahwa parameter x_j ditingkatkan, sedangkan tanda $x_j \downarrow$ digunakan untuk menyatakan bahwa parameter x_j diturunkan.

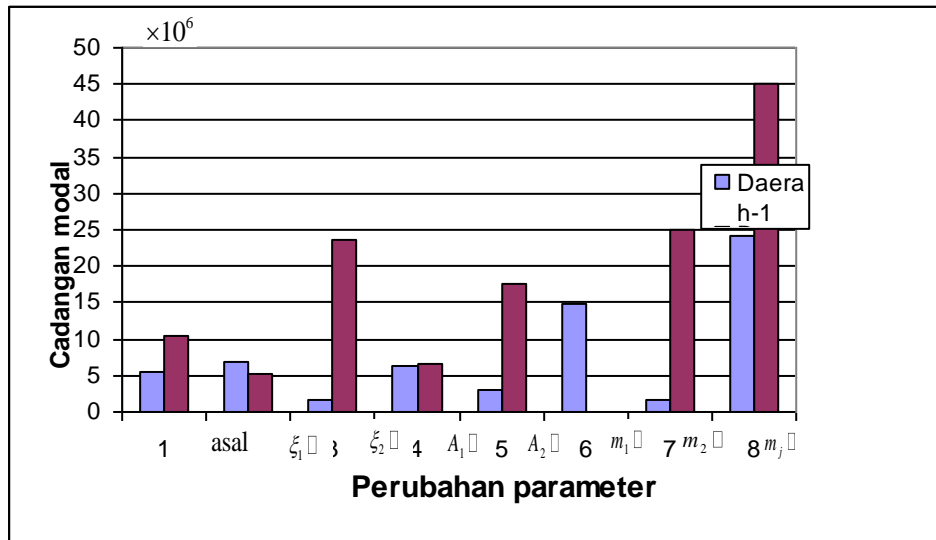
Efek perubahan parameter terhadap tingkat produksi daerah ke- j (F_j), jumlah penduduk daerah ke- j (N_j), cadangan modal daerah ke- j (K_j), dan tingkat pendapatan per kapita daerah ke- j (y_j) masing-masing disajikan dalam Gambar 3, 4, 5 dan 6.



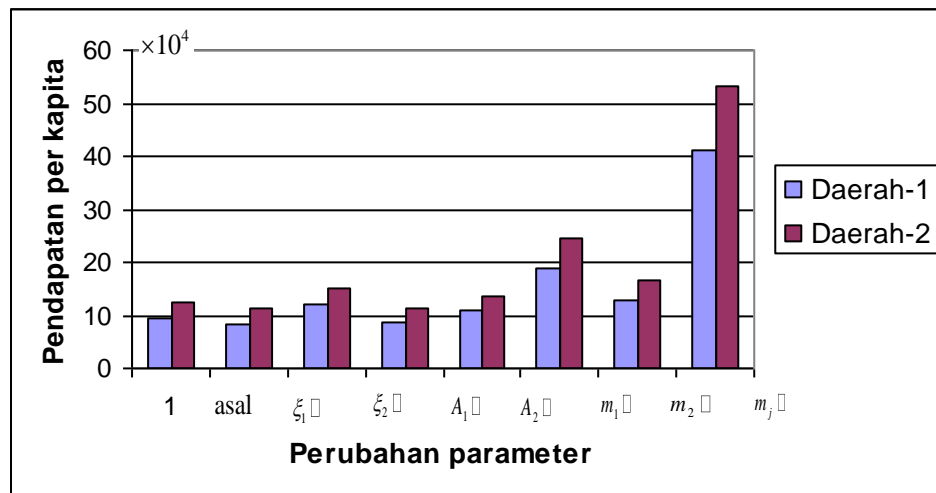
Gambar 3 Efek perubahan parameter terhadap produksi daerah ke- j (F_j).



Gambar 4 Efek perubahan parameter terhadap jumlah penduduk daerah ke- j (N_j).



Gambar 5 Efek perubahan parameter terhadap cadangan modal daerah ke- j (K_j).



Gambar 6 Efek perubahan parameter terhadap pendapatan per kapita daerah ke- j (y_j).

Dari Gambar 3, 4, 5 dan 6 bisa disimpulkan bahwa peningkatan efisiensi pemanfaatan *knowledge* lebih efektif untuk meningkatkan nilai ekuilibrium variabel produksi, pendapatan per kapita, dan cadangan modal suatu daerah dibandingkan pengurangan tingkat kecenderungan mengonsumsi komoditas dan perbaikan tingkat kenyamanan daerah.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Dari kajian terhadap model pertumbuhan ekonomi dua daerah dengan mempertimbangkan akumulasi *knowledge* yang dirumuskan oleh Zhang (2005) dan simulasi yang dilakukan, dapat disimpulkan bahwa:

- 1 Terdapat kekeliruan dalam penentuan solusi model yang dirumuskan oleh Zhang (2005) yang telah diperbaiki dalam tulisan ini.
- 2 Sistem dinamik mempunyai titik ekuilibrium tunggal dalam kasus ukuran *return* terhadap pengaruh skala dari *knowledge* kedua daerah (x_j) memiliki tanda yang sama. Bila berbeda tanda, maka sistem dinamik memiliki satu titik ekuilibrium, atau dua titik ekuilibrium atau tidak memiliki titik ekuilibrium sama sekali.
- 3 Dari simulasi dapat disimpulkan bahwa:
 - Perbaikan tingkat kenyamanan (*amenity level*) menyebabkan berpindahnya penduduk ke daerah yang lebih nyaman.
 - Berkurangnya kecenderungan mengkonsumsi komoditas di suatu daerah menyebabkan berpindahnya penduduk ke daerah tersebut dan meningkatnya produksi di daerah tersebut.
 - Peningkatan efisiensi pemanfaatan *knowledge* suatu daerah lebih efektif untuk meningkatkan nilai ekuilibrium variabel produksi, pendapatan per kapita, dan cadangan modal daerah tersebut dibandingkan pengurangan tingkat kecenderungan mengkonsumsi komoditas dan perbaikan tingkat kenyamanan daerah.

Saran

Perlu perbaikan dan pengembangan model lebih lanjut, misalnya dengan memperhitungkan aspek dinamika penduduk.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Arrow KJ. 1962. *The Economic Implication of Learning by Doing*. The Review of Economic Studies. V.29. N.3. pp.155-173
- [2] Chiang AC, Wainwright K. 2005. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi*. Sudigno S, Nartanto, penerjemah; Jakarta: Erlangga. Terjemahan dari: *Fundamental Methods of Mathematical Economics*.
- [3] Genberg. 1992. *The Horndal effect: Productivity growth without capital investment at Horndalsverken between 1927 and 1952*. Sweden. Uppsala Universitet
- [4] Solow RM. 1956. *A Contribution To The Economic Growth*. The Quarterly Journal of Economic. Vol 70. No 1. pp.65-94
- [5] Tajau, MTN. 2008. *Model Pertumbuhan Ekonomi Dua Daerah Berdasarkan Modal dan Knowledge*. Tesis Magister, Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor.
- [6] Verdoorn PJ. 1956. *Complementarity and Long-Range Projections*. Econometrica. 24. pp.429-450
- [7] Zhang WB. 2005. *Differential Equations, Bifurcations, and Chaos in Economics*, in "Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences", vol. 68. Singapore: World Scientific