

ANALISIS *EMPIRICAL ORTHOGONAL FUNCTION* (EOF) BERBASIS *SINGULAR VALUE DECOMPOSITION* (SVD) PADA DATA CURAH HUJAN INDONESIA

I. L. LESTARI¹, S. NURDIATI², A. SOPAHELWAKAN³

Abstrak

Analisis *Empirical Orthogonal Function* (EOF) digunakan untuk mereduksi dimensi data yang berukuran besar dengan mempertahankan sebanyak mungkin variasi dari himpunan data asal. EOF merupakan suatu metode untuk menentukan pola-pola dominan pada data yang berevolusi dalam ruang dan waktu. Secara aljabar, EOF atau komponen utama yang diperoleh merupakan kombinasi linear dari semua peubah asli yang memiliki varians terbesar secara berurutan dan tidak berkorelasi dengan komponen utama sebelumnya. Metode EOF yang dilakukan pada penelitian ini menggunakan pendekatan *Singular Value Decomposition* (SVD). Analisis dilakukan pada data curah hujan TRMM 3B43 bulanan untuk wilayah cakupan Indonesia selama 204 bulan dan dihitung nilai kesalahan dari hasil reduksi data. Berdasarkan hasil analisis diperoleh lima nilai singular terbesar yang memiliki total varians sebesar 90.03%. Mode pertama (EOF1) menjelaskan 30,68% dari total varians dan merupakan varians terbesar yang mewakili hampir seluruh data. Mode EOF kedua sampai EOF kelima masing-masing menjelaskan 19.89%, 16.82%, 11.43% dan 11.19% dari total varians. Setiap mode EOF yang diperoleh menggambarkan pola spasial, sedangkan vektor singular menggambarkan pola temporal. Efektifitas dari lima mode EOF yang dihasilkan tersebut diuji untuk dapat menghampiri data asli. Hampiran data asli diperoleh dengan menentukan nilai kesalahan dari hasil reduksi menggunakan teknik *error norm* matriks.

Kata Kunci: curah hujan TRMM 3B43, analisis *empirical orthogonal function*, *singular value decomposition*, nilai kesalahan

1. PENDAHULUAN

Curah hujan merupakan salah satu parameter atmosfer yang sulit diprediksi karena mempunyai keragaman tinggi baik secara spasial maupun temporal. Demikian halnya dengan curah hujan di wilayah maritim tropis seperti Indonesia. Sebagai negara kepulauan, Indonesia mempunyai garis pantai yang panjang dan berpegunungan, sehingga mempengaruhi arus udara, perubahan

¹Mahasiswa Program Pascasarjana, Program Studi Matematika Terapan, Sekolah Pascasarjana IPB Dramaga Bogor, 16680. E-mail: isnawatilestari@gmail.com

²Departemen Matematika, Fakultas Ilmu Matematika dan Pengetahuan Alam, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680. E-mail: nurdiati@ipb.ac.id

³Badan Meteorologi, Klimatologi dan Geofisika (BMKG), Jalan Angkasa 1 No.2, Kemayoran, Jakarta 10720. E-mail: ardhasena@bmgk.go.id

cuaca, dan iklim. Selain itu, Indonesia mempunyai variasi suhu kecil, sementara variasi curah hujan yang cukup tinggi. Oleh karena itu, diperlukan suatu metode analisis untuk menentukan pola-pola yang dominan dan memprediksi curah hujan di Indonesia dengan menggunakan data yang tersedia.

Data curah hujan merupakan data yang memiliki dimensi matriks yang cukup besar dan sulit untuk dianalisis. Oleh sebab itu, dibutuhkan cara yang tepat untuk menganalisis data tersebut agar diperoleh informasi yang bermanfaat. Ada beberapa cara untuk menyelesaikan suatu permasalahan yang berkaitan dengan dimensi data matriks yang cukup besar. Salah satunya adalah dengan mereduksi dimensi matriks data tersebut. Teknik pereduksian dimensi itu dikenal dengan analisis komponen utama (*Principal Component Analysis*) atau disebut juga analisis *Empirical Orthogonal Function* (EOF).

Analisis EOF merupakan suatu metode untuk menentukan pola-pola dominan pada data yang berevolusi dalam ruang dan waktu. EOF dikatakan sebagai transformasi Hotelling yang merupakan sebuah teknik untuk menyederhanakan suatu himpunan data dengan mereduksi dimensi himpunan data menjadi lebih kecil. Peubah baru yang merepresentasikan data dengan dimensi yang lebih kecil disebut dengan Komponen Utama (KU) dalam penelitian ini disebut dengan mode EOF.

Secara aljabar, mode EOF yang diperoleh merupakan kombinasi linear dari semua peubah asli yang memiliki varians terbesar secara berurutan dan tidak berkorelasi dengan mode EOF sebelumnya. Analisis EOF diperkenalkan pertama kalinya dalam artikel Lorenz [1]. Lorenz menganalisis Suhu Permukaan Laut (SPL) di wilayah Amerika Serikat dan Kanada bagian Utara. Perkembangan metode EOF dilanjutkan oleh Kutzbach [2] menggunakan tiga peubah iklim dalam analisis EOF, yaitu SPL, suhu permukaan, dan curah hujan di wilayah Amerika Utara. Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Lyons [3] dengan menggunakan EOF untuk analisis curah hujan di Hawaii diperoleh mode EOF1 hingga mode EOF3 yang dipengaruhi oleh angin pasat, angin tenggara, dan hujan konvektif pada pola tahunannya.

Aldrian dan Susanto [4] melakukan penelitian untuk daerah Indonesia dengan menggunakan metode *double correlation* dan teknik EOF pada data rata-rata bulanan tahun 1961–1993 dari Badan Meteorologi dan Geofisika (BMG). Penelitian tersebut menghasilkan tiga tipe iklim untuk seluruh wilayah Indonesia seperti yang dikenal saat ini, yaitu tipe monsun, ekuatorial, dan lokal. Penelitian lainnya dengan metode EOF dilakukan oleh Nayagam, Janardan, dan Mohan [5] yang menganalisis curah hujan Northeast Monsoon (NEM) dengan menggunakan analisis Wavelet.

Oleh karena itu, pada penelitian ini diberikan data curah hujan bulanan *Tropical Rainfall Measuring Mission* (TRMM) 3B43 untuk wilayah cakupan Indonesia pada data bulanan tahun 1998–2014. Analisis dilakukan menggunakan metode EOF berbasis *Singular Value Decomposition* (SVD) untuk mereduksi data tersebut. Selanjutnya akan dianalisis pola spasial dan pola temporal dari hasil reduksi data, dan dihitung *error norm* matriks untuk melihat efektifitas dari mode

EOF yang diperoleh. Hasil analisis yang diperoleh dapat digunakan untuk mengidentifikasi karakteristik curah hujan di wilayah Indonesia, sebagai komponen yang penting dalam memprediksi curah hujan di masa mendatang.

2. METODE *EMPIRICAL ORTHOGONAL FUNCTION*

2.1 Matriks Data

Data Iklim biasanya berupa data *grid* dalam bentuk matriks yang memiliki level tiga dimensi dengan dua dimensi spasial dan satu dimensi waktu dalam bidang F . Koordinat horizontal tersusun dari dua dimensi spasial yaitu untuk garis lintang θ_j , $j = 1, 2, \dots, p_1$ dan garis bujur ϕ_k , $k = 1, 2, \dots, p_2$ menghasilkan jumlah dari titik *grid* $p = p_1 p_2$ koordinat vertikal disusun berdasarkan waktu t_i , $i = 1, 2, \dots, n$ dan untuk bidang F dapat dituliskan:

$$F_{ijk} = F(\theta_j, \phi_k, t_i) \quad (1)$$

dengan $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq p_1$ dan $1 \leq k \leq p_2$. Secara umum untuk dimensi tiga membutuhkan penyimpanan yang cukup banyak dan sulit untuk dianalisis. Oleh karena itu, dapat ditransformasikan menjadi dimensi dua misalnya matriks data berukuran $n \times p$ [6].

Grid data set yang terdiri atas ruang dan waktu $X(n, p)$ mewakili nilai dari bidang X pada ruang n dan waktu p . Nilai dari bidang pada titik grid n_j dan waktu diskret p_i dinotasikan x_{ij} untuk $i = 1, \dots, n$ dan $j = 1, \dots, p$ sehingga bidang yang diamati direpresentasikan dalam data matriks sebagai berikut :

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

2.2 *Singular Value Decomposition (SVD)*

Misalkan X sebarang matriks berukuran $n \times p$ dengan $\text{Rank}(X) = r$ [7]. *Singular Value Decomposition (SVD)* atau dekomposisi nilai singular dari X adalah faktorisasi dalam bentuk:

$$X = U \Sigma V^T \quad (3)$$

dengan $U = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n]$ dan $V = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_p]$ merupakan matriks ortogonal. Matriks U berukuran $n \times n$, V berukuran $p \times p$, dan $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ berukuran $n \times p$ dengan $\sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$ dan $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0$ sehingga dapat dituliskan:

$$X_{n,p} = U_{n,n} \begin{bmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{n,p} V_{p,p}^T. \quad (4)$$

2.3 Analisis *Empirical Orthogonal Function* (EOF)

Analisis EOF bertujuan untuk mentransformasikan p peubah asal yang saling berkorelasi menjadi k buah komponen ortogonal (tidak berkorelasi). Misalkan X pada persamaan (2) matriks berukuran $n \times p$ yang mengandung dataset dengan n banyaknya peubah atau variabel dan p waktu. SVD dari X dengan $\text{Rank}(X) = r$ adalah faktorisasi seperti pada persamaan (3) sehingga diperoleh:

$$X = \sum_{i=1}^r u_i \sigma_i v_i(k). \quad (5)$$

Matriks V dari persamaan (3) adalah matriks EOF dan $U\Sigma$ adalah matriks skor dari komponen utama. Varians dari i komponen utama $i = 1, 2 \dots r$ diperoleh dari:

$$\mu_i = \frac{\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^r \sigma_i^2} \quad (6)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, r$ merupakan nilai singular dari matriks X . Dalam prakteknya, k mode EOF1 atau komponen utama pertama dengan $k \ll r$ menjelaskan proporsi varians terbesar. Mode EOF2 merupakan kombinasi linear dari seluruh variabel yang diamati yang bersifat ortogonal terhadap mode EOF1 dan memiliki varians terbesar kedua. Analisis EOF digunakan untuk mencari $(n \times k)$ matriks skor komponen dengan p waktu pada k komponen yang memuat matriks V yang mengandung koefisien EOF dari n variabel pada k komponen [8].

Tahapan analisis metode EOF terhadap data curah hujan TRMM 3B43 secara khusus akan disajikan dalam algoritme di bawah ini.

Algoritme 2.1 Analisis *Empirical Orthogonal Function* (EOF)

1. Diberikan matriks data $X \in \mathbb{R}^{n \times p}$.
2. Pereduksi matriks data dengan SVD $X = U\Sigma V^T$.
3. Penentuan nilai singular atau varians dari yang terbesar

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0.$$
4. Penentuan skor komponen utama atau mode EOF $U\Sigma$.
5. Penentuan proporsi varians dari i komponen utama berdasarkan persamaan(6).
6. Penentuan jumlah mode EOF yang digunakan berdasarkan ukuran proporsi kumulatif varians lebih dari 80%.
7. Analisis data secara spasial dan temporal.

2.4 Aproksimasi matriks *Rank* rendah

Misalkan X matriks berukuran $n \times p$ dengan $\text{Rank}(X) = r$ dan SVD dari X dinyatakan sebagai

$$X = \sum_{j=1}^r \sigma_j u_j v_j^T. \quad (7)$$

Jika nilai singular $\sigma_{p+1}, \dots, \sigma_r$ lebih kecil dibandingkan dengan $\sigma_1, \dots, \sigma_p$ maka dengan ‘membuang’ sebanyak $r - p$ term pada (7) akan memberikan aproksimasi untuk X dan memiliki *rank* yang lebih kecil daripada r [9]. Teorema aproksimasi dengan *rank* rendah (*low rank approximation*) pertama kali dinyatakan dan di buktikan oleh Eckart C, Young G [10]. Pada beberapa jurnal teorema ini disebut dengan *Eckart-Young Theorem*.

Teorema tersebut menyebutkan bahwa jika matriks $X \in R^{n \times p}$ dengan $\text{rank}(X) = r$ dan SVD dari X adalah $X = \sum_{i=1}^r \sigma_i u_i v_i^T$ maka $\hat{X} = \sum_{i=1}^p \sigma_i u_i v_i^T$ merupakan aproksimasi terbaik dengan *rank* p untuk \hat{X} , yaitu meminimumkan

$$\|X - \hat{X}\|_F = \left(\text{Tr}(X - \hat{X})^T (X - \hat{X}) \right)^{1/2} = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^p (X - \hat{X})^2 \right)^{1/2} \quad (10)$$

norm Frobenius hanya Euclidean norm matriks, yang ditulis sebagai panjang dari vektor kolom. Dalam kasus ini, \hat{X} adalah pendekatan matriks yang unik untuk X yang memiliki *rank* p yang diukur dalam norm Frobenius. Dari persamaan (10) dapat dibentuk formula *error norm* relatif, yaitu:

$$e_{rel} = \frac{\|X - \hat{X}\|^2}{X}. \quad (11)$$

3. DATA DAN METODE PENELITIAN

3.1 Data Penelitian

Dalam penelitian ini akan digunakan data curah hujan global bulanan selama 17 tahun atau 204 bulan dari tahun 1998 sampai dengan tahun 2014 yang diperoleh dari *Tropical Rainfall Measuring Mission* (TRMM) 3B43. Data ini memiliki resolusi spasial $0.25^0 \times 0.25^0$ dan resolusi temporal bulanan. Reduksi data TRMM 3B43 dalam penelitian ini dilakukan sesuai dengan domain wilayah Indonesia $6^0 \text{ LU} - 11^0 \text{ LS}$ dan $95^0 \text{ BT} - 141^0 \text{ BT}$. Dengan demikian setiap satu bulan terdapat matriks data berukuran 185×73 dengan jumlah *pixel* sebanyak 13505. Tahapan Eksplorasi data curah hujan TRMM 3B43 secara khusus akan disajikan dalam algoritme di bawah ini.

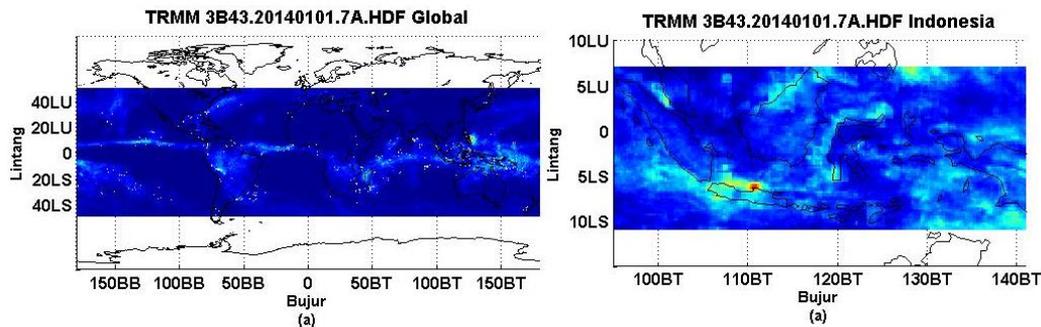
Algoritme 3.1 Eksplorasi data curah hujan TRMM 3B43

1. Penentuan domain wilayah yang akan diamati.
2. Pemotong data curah hujan TRMM 3B43 yang memiliki format HDF ke dalam *grid* berukuran 185×73 sehingga jumlah *pixel* yang diperoleh 13505 untuk setiap bulannya selama 204 bulan.
3. *Reshaping* data yang sudah dipotong untuk setiap bulannya.
4. Pengurutan data yang sudah di-*reshape* berdasarkan urutan waktu (t).

5. Pembentukan matriks data X .

3.2 Eksplorasi Data

Data yang diperoleh dari TRMM 3B43 merupakan data global untuk seluruh dunia. Oleh karena itu, perlu dilakukan pemotongan data untuk cakupan wilayah Indonesia. Gambar 1(a) menunjukkan ilustrasi visual data TRMM 3B43 untuk seluruh dunia pada bulan Januari 2014. Berdasarkan Algoritme 3.1 poin 1 dan 2 diperoleh Gambar 1(b) yang menunjukkan ilustrasi visual data curah hujan TRMM 3B43 untuk wilayah Indonesia pada bulan Januari 2014. Selanjutnya untuk data 1 bulan diperoleh matriks X berukuran 185×73 , kemudian di-*reshape* dan diurutkan berdasarkan urutan waktu sehingga diperoleh matriks X berukuran 13505×204 .



Gambar 1 Visualisasi data curah hujan TRMM 3B43 (a) data secara global (b) data wilayah indonesia

4. HASIL PENGHITUNGAN NUMERIK

Pada bagian ini disajikan hasil perhitungan numerik yang diperoleh dari metode EOF. Sebelum dilakukan analisis dari hasil reduksi data, terlebih dahulu ditentukan berapa jumlah komponen utama yang akan digunakan sebagai analisis selanjutnya. Terdapat banyak kriteria dalam pemilihan jumlah komponen utama yang akan diikutsertakan ke dalam analisis EOF. Akan tetapi dalam penelitian ini banyaknya komponen utama yang digunakan dilihat dari persentase varians kumulatif. Menurut Jolliffe IT [11] komponen utama hanya diikutsertakan jika mempunyai proporsi varians kumulatif lebih dari 80%.

Tabel 1
Nilai singular dan proporsi kumulatif analisis EOF

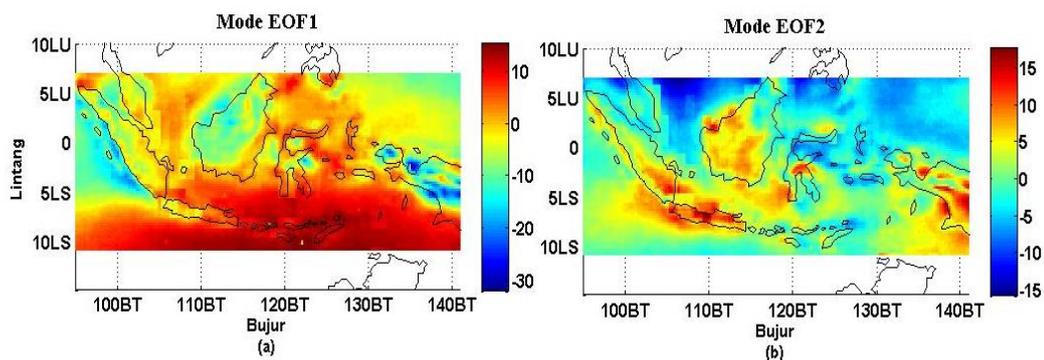
Mode EOF	Nilai Singular	Proporsi Varians	
		Individual	Kumulatif
1	903.17	30.68	30.68
2	585.47	19.89	50.57
3	495.16	16.82	67.40

4	336.38	11.43	78.83
5	329.49	11.19	90.03

Berdasarkan Tabel 1 dapat dilihat bahwa lima nilai singular terbesar menunjukkan persentase varians kumulatif sebesar 90.03%. Hal ini berarti bahwa seluruh matriks data X dapat diwakili dengan lima mode EOF atau Komponen Utama. Oleh karena itu, analisis selanjutnya menggunakan lima mode EOF dengan varians terbesar.

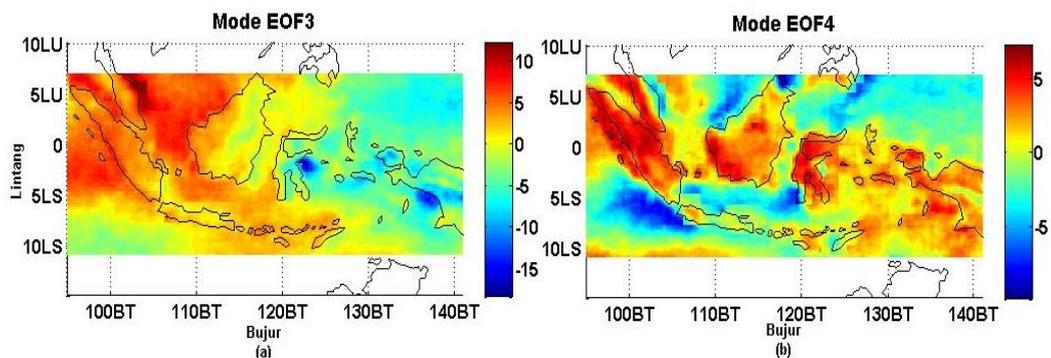
Skor komponen utama atau mode EOF yang diperoleh merupakan suatu skor yang menunjukkan besar kecilnya nilai atau kontribusi dari setiap komponen utama terhadap masing-masing unit pengamatan. Nilai skor komponen utama dapat bernilai positif maupun negatif. Nilai positif berarti suatu komponen utama memberi kontribusi yang besar dan berpengaruh positif terhadap unit pengamatan demikian pula sebaliknya [12].

Secara umum, vektor singular mendeskripsikan hubungan daerah-daerah yang memiliki variabilitas curah hujan yang besar. Daerah dengan curah hujan varians yang bernilai positif dapat dibedakan dengan daerah yang memiliki



Gambar 2 Pola spasial (a) Mode EOF1 (b) Mode EOF2

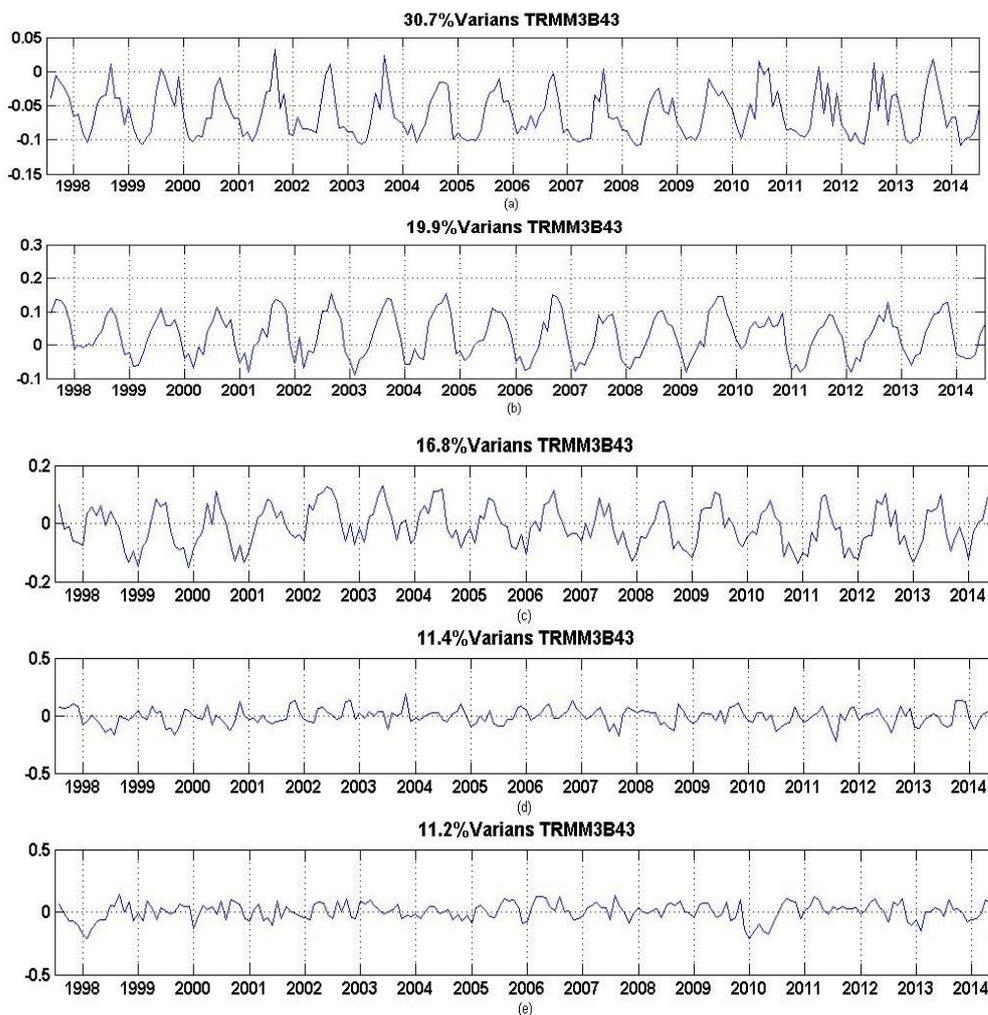
variens curah hujan yang bernilai negatif. Nilai positif menunjukkan curah hujan di atas rata-rata, sedangkan nilai negatif menunjukkan curah hujan di bawah rata-rata. Selanjutnya dari lima nilai singular terbesar yang diperoleh dari hasil reduksi dianalisis baik secara spasial maupun temporal.



Gambar 3 Pola spasial (a) Mode EOF3 (b) Mode EOF4

Pola spasial merupakan hasil visualisasi skor komponen utama dari masing-masing mode EOF. Mode EOF1 pada Gambar 2(a) menunjukkan keadaan curah hujan di wilayah Indonesia. Variabilitas curah hujan memiliki skala yang berkisar di antara -30 sampai dengan 10. Hasil analisis pada mode ini memperlihatkan rata-rata variabilitas curah hujan yang tinggi. Mode EOF2 pada Gambar 2(b) memiliki variabilitas curah hujan yang bernilai positif dan negatif dengan skala berkisar antara -15 sampai 15. Sebagian besar wilayah Sumatra bagian barat dan Jawa memiliki variabilitas curah hujan yang cukup tinggi.

Mode EOF3 pada Gambar 3(a) menunjukkan variabilitas curah hujan di wilayah barat Indonesia cukup tinggi, sebaliknya di wilayah timur Indonesia memiliki variabilitas curah hujan yang rendah. Pada mode ini nilai variabilitas curah hujan berkisar di antara -15 sampai 10. Mode EOF4 pada Gambar 3(b) menunjukkan variabilitas curah hujan di pulau-pulau besar di Indonesia yang cukup tinggi.

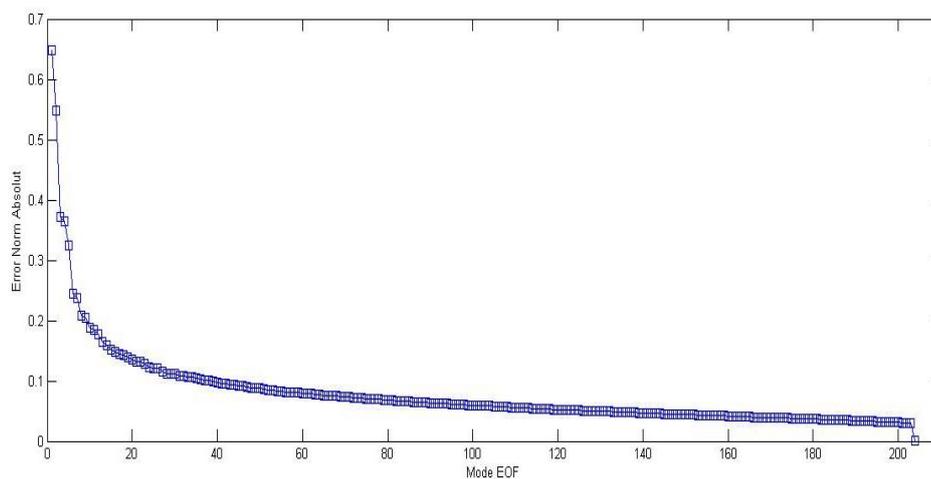


Gambar 4 *Time series* atau pola temporal koefisien vektor singular

Total varians yang dijelaskan oleh lima komponen utama atau mode EOF tersebut lebih dari setengah keseluruhan varians, karena pada analisis EOF ini diambil keseluruhan data set dari 204 bulan. Lima mode EOF tersebut dapat menjelaskan 90.03% dari varians curah hujan total yang merupakan nilai capaian cukup tinggi.

Vektor singular menunjukkan plot data *time series* atau pola temporal dari analisis EOF. Gambar 4 menunjukkan variasi penampakan tahunan selama 17 tahun dari mode EOF. Dilihat dari proporsi varians, mode EOF1 memiliki varians terbesar yaitu sebesar 30.07% dari total varians. Hal ini menunjukkan adanya pola tahunan pada Gambar 4(a). Pola tahunan juga terdapat pada mode EOF2 yang terlihat pada Gambar 4(b) dan mode EOF3 yang terlihat pada Gambar 4c dengan proporsi varians masing-masing 19.89% dan 16.82%. Selain itu, dapat ditunjukkan pula semakin lemahnya variasi penampakan bulanan mode EOF4 pada Gambar 4(d) dan mode EOF5 pada Gambar 4(e) menggambarkan pola bulanan dengan proporsi varians 11.43% dan 11.19%.

Berdasarkan hasil dari analisis EOF, dapat diketahui seberapa besar analisis EOF mampu mewakili matriks data yang sebenarnya. Hal ini dapat dilihat dari selisih matriks data asli dengan data yang telah direduksi. Salah satu pendekatan yang digunakan adalah *error norm matrix*. Langkah ini bertujuan untuk melihat keefektifan suatu metode dalam mereduksi data curah hujan, sehingga semakin kecil nilai kesalahan yang diperoleh semakin baik hampiran data reduksi yang mampu mewakili data asli. Besar kecilnya nilai *error* memperlihatkan representasi kedekatan antara data asli dengan data hasil reduksi. Nilai kesalahan Ilustrasi visual yang menggambarkan tingkat kesalahan tersebut ditunjukkan pada Gambar 5.



Gambar 5 Grafik respon perubahan mode EOF terhadap nilai kesalahan

Gambar 5 di atas memperlihatkan nilai *error norm* yang cukup besar ketika hanya satu mode EOF yang diambil diperoleh nilai *error norm* sebesar

0.648. Hal ini menyatakan bahwa jika hanya diambil satu mode EOF, maka tingkat kesalahan sebesar 64.8% dalam menghampiri data asli. Selanjutnya jika digunakan 2 mode EOF, diperoleh nilai *error norm* sebesar 0.5482 atau tingkat kesalahannya sebesar 54.82%, dan seterusnya. Lebih lengkapnya nilai kesalahan dapat dilihat pada Gambar 5. Dari Gambar 5 menunjukkan bahwa semakin banyak mode EOF yang diambil, maka nilai kesalahan akan semakin kecil.

5. SIMPULAN

Analisis EOF terhadap data curah hujan TRMM 3B43 untuk cakupan wilayah Indonesia menghasilkan lima mode EOF. Mode EOF tersebut mampu menjelaskan 90.03% dari total varians. Mode EOF1 memiliki proporsi varians sebesar 30.68% dari total varians. Mode EOF selanjutnya secara berturut-turut 19.89%, 16.82%, 11.43% dan 11.19% dari total varians. Skor komponen utama menunjukkan pola spasial dari hasil analisis EOF sedangkan vektor singular menunjukkan plot data *time series* atau pola temporal dari analisis EOF. Hasil perhitungan *error norm* matriks menunjukkan bahwa semakin banyak mode EOF yang digunakan maka nilai kesalahannya akan semakin kecil.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Lorenz EN, 1965 Empirical Orthogonal Function and statistical Weather Prediction. *Scientific Report*. 1: 1-49.
- [2] Kutzbach JE. 1967 Empirical eigenvectors of sea-level pressure, surface temperature, and precipitation complexes over North America, *Journal of Applied Meteorology*., 6, 791-802
- [3] Lyons SW. 1982 Empirical Orthogonal Function analysis of Hawaiian rainfall *Journal Applied Meteorology*. 21: 1713 – 1729.
- [4] Aldrian E and Susanto RD. 2003. Identification of three dominant rainfall regions within Indonesia and their relationship to sea surface temperature, *Int. J. Climatology*. 23: 1435-1452.
- [5] Nayagam LR, Rajesh J, H.S Ram M. 2009. Variability and teleconnectivity of northeast monsoon rainfall over India. *Global and Planetary Change*. 69: 225-231.
- [6] Hannachi A, I.T. Jolliffe, S, Unkle and N.T. Trendafilov. 2009. Independent Component Analysis of climate Data : A new Look at EOF Rotation, *American Meteorology Society*. 22: 2797-2812.
- [7] Goldberg JL. 1991. *Matrix Theory with Application*. Singapore: McGraw-Hill
- [8] Hannachi. 2004 A Primer for EOF Analysis of Climate Data, *Department of Meteorology, University of Reading, Reading RG6 6BB, U.K.*
- [9] Greenacre MJ. 1984. *Theory and Application of Correspondence Analysis*. London: Academic Press.
- [10] Eckart C, Young G., 1936. The Approximation of One matrix by Another of Lower Rank, *Psychometrika*. 1: 211-218.
- [11] Jolliffe IT. 2002. *Principal component analysis*. 2nd ed. New York: Springer-Verlag.
- [12] Handoyo E, Setiawan A. 2009. Analisis Kebutuhan Perangkat Lunak menggunakan Analisis Faktor pada Program Studi Ilmu Keperawatan UNDIP. *Jurnal Teknik*. 30(1): 30-38.

